سری عمران

زبان عمومی و تخصصی

کارشناسی ارشد

شاید جالب باشد، خدمت شما داوطلبان محترم عرض کنیم که ما نیز (پاسخ‌دهندگان) در مورد دو سؤال در این درس با هم اختلاف نظر داشتیم!!!

زبان عمومی

اگر بخواهیم راجع به آزمون این درس اظهار نظر کنیم می‌توان اذعان کرد که سؤالات زبان عمومی، شامل ۱۰ تست نسبتاً دشوار از واژگان و ۵ تست نسبتاً آسان از گرامر بوده است.

در رابطه با کتاب زبان عمومی سری عمومی می‌توان گفت که از ۴۰ لغت مطرح شده در آزمون امسال، ۲۶ لغت عیناً در بخش واژگان کتاب سری عمومی مطرح شده است که با این تعداد لغت به ۷ تست از سؤالات لغات می‌توان جواب صحیح داد. ضمناً سؤالات گرامر نیز شباهت بسیار زیادی با قسمت گرامر این کتاب داشت، که این باعث رضایت خود ما نیز شد.

زبان تخصصی

در رابطه با زبان تخصصی می‌توان گفت که سطح سؤالات نسبت به سال گذشته دشوارتر بوده است و داوطلبان می‌بایست نسبت به لغات و مفاهیم گرایش‌های مختلف رشته مهندسی عمران احاطه کامل داشته باشند. اگرچه دو درک‌مطلب تخصصی نسبتا ساده به نظر می‌رسید، اما سؤالات مطرح شده از آن بسیار آگاهانه (کمی هم زیرکانه) مطرح شده بود. ۵ سؤال انتهایی این بخش نیز نسبت به سال گذشته بسیار سخت‌تر بود.

گروه پاسخ دهندگان:

محمد اصفهانی، زهرا آهنگر، محمد صادق عباسیان

زبان

۱- (۴)

پدر تِد غیرعادی به نظر می‌رسد. او مکرراً مشاهده شده است که به نحوی ..... رفتار می‌کند.

۱) مشتاق، علاقه‌مند ۲) ماهر ۳) شکیبا، بادوام ۴) غیرمتعارف، خلاف عرف

کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، درس ۴، لغت ۲۱

قرارداد، رسم، سنت، همایش	convention
Convention dictates that it is the man who asks the woman to marry him and not the reverse.	
سنت (آداب و رسوم) دیکته می‌کند که این مرد است که باید از زن بخواهد که با او ازدواج کند و نه برعکس !!!	

تست ۳ درس ۱۱، تست ۱۱ درس ۸ و تست ۵ درس ۱۱ نیز مشابه این تست می‌باشد.

لغات موجود در کتاب:

لغت ۳۶، درس ۵ : enthusiasm - لغت ۳۰، درس ۱۶: endure

۲- (۲)

..... تفکر علمی، این ایده که دانش باید از طریق پژوهش تکامل پیدا کند را نهادینه کرده است.

۱) مصنوعی ۲) پیدایش، ظهور ۳) اشتباه سهوی ۴) شهرت

کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، درس ۲، لغت ۳

ظهور	advent
با ***ظهور*** موتور بخار، زندگی در انگلستان دگرگون گردید.	Life in Britain was transformed by the advent of the steam engine.

تست ۳۰ درس ۴ نیز مشابه این تست می‌باشد.

لغات موجود در کتاب:

لغت جملهٔ ۳۴، صفحهٔ ۳۶۸ : artifact - لغت ۳۵ درس ۴ : renown

۳- (۱)

پائول از این حقیقت که نزدیک‌ترین دوستش به او اعتماد نکرد ..... .

۱) رنجیدن ۲) به دست آوردن ۳) اعلام کردن، آگاهی دادن ۴) بالا بردن

کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، درس ۱۶، لغت ۵۰

رنجیدن، عصبانی شدن	resent
من عمیقاً (به شدت) از انتقال او ***ناراحت شدم (رنجیدم)***.	I deeply resented her criticism.

۴- (۳)

مهمانی‌های شام جیل به دلیل ..... او برای غذاهای مکزیکی به سرعت خسته‌کننده شد.

۱) پراکندگی ۲) طعم ۳) میل زیاد ۴) شایعه

لغات موجود در کتاب:

لغت ۴ درس ۳: disperse - در جملهٔ تست ۲۹ درس ۱۲ : flavor

۵- (۳)

هنگام شرکت در کلاس یوگا، کاترینا وضعیتی آرام پیدا می‌کند. موزیک ..... و نور ملایم احساس آرامشی می‌دهد که او در وجود آشفته‌اش ندارد.

۱) پر سر و صدا ۲) پراکنده، انفرادی ۳) تسکین‌دهنده ۴) به سرعت فزاینده

کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، درس ۱۳، لغت ۱۵

آرام کردن — pacify

Syn: appease , soothe , placate

Economic reforms are needed to pacify and modernize the country.

برای ***آرام ساختن*** و مدرن کردن کشور، نیاز به اصلاحات اقتصادی است.

جدول تست‌های ۲۱ تا ۳۰، درس ٤

تدبیر، درایت	tact	ایجاد کردن	engender
آرام کردن، تسکین دادن	soothe	مغرور	arrogant

۶- (۴)

ساکنین شهری قرن هجدهم در شرایطی به مراتب بدتر نسبت به ..... مدرن خود زندگی می‌کردند.

۱) میانجی‌ها ۲) ساکنین ۳) رقبا ۴) همتایان

لغات موجود در کتاب:

لغت ۱۷ درس ۱۱: mediate - لغت ۳۴ درس ۶: reside - لغت جدول ۱۰- ۲۰ درس ۳: rival

۷- (۱)

با این وجود، بسیاری از زوج‌هایی که قادر به فرزندار شدن نبوده‌اند، به طرز قابل فهمی ..... به پذیرش سرپرستی کودکان با معلولیت ذهنی بوده‌اند.

۱) بی‌میل ۲) ناکافی ۳) نیکوکار ۴) سفسطه‌آمیز

کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، درس ۶، لغت ۴۹

بی‌میل، با اکراه — reluctant

Many parents feel reluctant to talk openly with their children.

بسیاری از والدین ***تمایلی*** به گفتگوی صریح با فرزندانشان ***ندارند***.

تست ۲۲ درس ۹ و تست ۹ آزمون ۲ نیز مشابه این تست می‌باشد.

لغات موجود در کتاب:

لغت ۱۰ درس ۱ : sufficient - لغت ۸ درس ۵: fallacy

۸- (۲)

یکی از دانش‌آموزان ما قادر به ..... صندلی چرخ‌دار خود به بالای رمپ نبود.

۱) ارتقا دادن ۲) حرکت دادن – راندن ۳) نجات دادن ۴) آغاز کردن

کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، درس ۶، لغت ۳۰

راندن، حرکت دادن — propel

Four jet engines propel the 8,300-ton ship.

۴ موتور جت، کشتی ۸۳۰۰ تنی را ***حرکت می‌دهند***.

لغات موجود در کتاب:

لغت ۲۸ درس ۳: enhance - لغت ۳ درس ۱، تست ۲۹ صفحهٔ ۳۴۴: initiate

۹- (۴)

پس از اینکه سازمان به قربانیان فاجعه کمک کرد، هدیه‌ای به پاس ..... دریافت نمود.

۱) نوآوری ۲) مصالحه – آشتی ۳) ولخرجی ۴) نوع‌دوستی

لغات موجود در کتاب:

لغت ۴۷ درس ۲: innovation - لغت تست ۶ صفحهٔ ۴۳۶ : altruism

۱۰- (۴)

اگرچه بسیاری از زنان در انگلستان کنترل ناچیزی بر روی زندگیشان در قرون وسطی داشتند، زندگینامه مربوط به مارگزی کمپ میزان قابل توجهی از خودمختاری را ..... .

۱) شامل بودن ۲) بی‌اثر کردن ۳) اداره کردن (به نفع خود) ۴) نشان دادن

کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، درس ۶، لغت ۱۱

demonstrate نشان دادن، نمایش دادن، تظاهرات کردن These problems demonstrate the importance of strategic planning. این مشکلات، اهمیت برنامه‌ریزی استراتژیک را ***نشان می‌دهد***.

لغات موجود در کتاب:

لغت ۴۹ درس ۴ : compromise - لغت ۱۰ درس ۲: manipulate - لغت تست ۱۰ صفحهٔ ۴۵۷ : negate

۱۱- (۲)

همان‌طور که در فصل (۲) مطالعه کردیم، از زمان ماضی نقلی زمانی استفاده می‌شود که کاری در گذشته شروع شده باشد و خودش یا اثرش هنوز باقی مانده باشد.

تذکر: مهندسان گرامی توجه داشته باشید که واژه Since یکی از نشانه‌های حال کامل است.

کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، کاربرد ۲ از مهارت اول فصل دوم

کاربرد ۲: این زمان برای بیان کارهایی استفاده می‌شود که در گذشته شروع شده و هنوز در زمان حال نیز ادامه دارد و یا اثر آن در زمان حال دیده می‌شود. توجه کنید که برای بیان این منظور از دو قید for (برای مشخص کردن مدت زمان) و since (برای بیان نقطه شروع عمل) می‌توان استفاده کرد. Peter has lived in Chicago since 2000. پیتر از سال ۲۰۰۰ در شیکاگو زندگی کرده است (هنوز زندگی می‌کند).

۱۲- (۲)

در ابتدا به قسمتی که جای خالی در آن قرار گرفته است توجه کنید. در جمله Only قرار گرفته است و به خاطر داریم که وجود Only در ابتدای جمله باعث ایجاد وارونگی می‌شود. بنابراین داریم:

Science has come $\xrightarrow{\textit{inversion}}$ Only Recently <u>has science</u> come

تست ۴، صفحه ۱۶۷، فصل پنجم گرامر

1- ..... used for making decisions in the business world, but also for forecasting and planning. 1) Not only are computers 2) Computers are 3) Not only computers are 4) Only computers are پاسخ: کامپیوترها نه تنها برای تصمیم‌گیری کسب و کار، بلکه برای پیش‌بینی و برنامه‌ریزی نیز مورد استفاده قرار می‌گیرند. در ابتدا با توجه به گزینه‌ها و وجود but also در جمله نیاز به Not only داریم و گزینهٔ (۲) و (۴) نادرست است، دقت کنید که اگر not only در ابتدای جمله قرار گیرد وارونگی رخ می‌دهد، بنابراین گزینهٔ (۱) صحیح است.

۱۳- (۴)

در ابتدا به بعد و قبل از جای خالی توجه کنید. در جمله کلمه and وجود دارد و بنابراین باید ساختار موازی رعایت شده در جمله را پیدا کنید.

The nature of ..... and the possibility that

The+ اسم The+ اسم

نکته: مهندسان گرامی توجه کنید که علت حضور that بعد از اسم possibility وجود جمله بعد از آن است (life exists elsewhere).

تست ۵، صفحه ۱۳۹، فصل چهارم گرامر

Mass - production techniques pushed companies into standardized ..... and rigid manufacturing, emphasizing efficiency and low cost over flexibility.

1) productive 2) produce 3) products 4) productivity

پاسخ: تکنیک‌های تولید انبوه، کمپانی‌ها را به سمت محصولات استاندارد شده و تولید سخت‌گیرانه سوق داد که بر روی کارایی و هزینه پایین بیش از انعطاف‌پذیری تأکید داشت.

پس از جای‌خالی کلمه ربط and دیده می‌شود، بنابراین باید ساختارهای موازی را در جمله تشخیص بدهید.

into standardized ..... and rigid manufacturing.

صفت اسم = products صفت اسم

با توجه به اینکه نیاز به اسم داریم، گزینهٔ (۳) صحیح است. (توجه کنید که با توجه به مهارت‌های فصل (۳) پس از صفت standardized نیاز به اسم داریم که همان ساختار (اسم + صفت) می‌باشد و گزینهٔ (۳) این ساختار را ایجاد می‌کند)

۱۴- (۱)

در ابتدا به جمله ای که جای خالی در آن قرار گرفته است توجه کنید. در این جمله دو فعل gain و orbit قرار دارند که به یکدیگر متصل شده‌اند. لذا برای ارتباط آنها نیاز به ضمیر موصولی می‌باشد. با توجه به اینکه در گزینه‌ها ضمیر موصولی دیده نمی‌شود، بنابراین ضمیر موصولی از جمله حذف شده و یکی از گزینه‌های (۱) یا (۳) صحیح است. می‌دانیم که در صورت حذف ضمیر موصولی فعل به صورت ing دار یا p.p ظاهر می‌شود. اما از طرف دیگر باید مشخص کنیم که ساختار جمله معلوم است یا مجهول که به دلیل وجود فاعل در جمله (planet) جمله معلوم است.

Planets سیارات: فاعل Orbit چرخیدن : فعل

معلوم: سیالاتی که (حول ستارگان) می‌چرخند. ✓
مجهول: سیاراتی که (حول ستارگان) چرخانده می‌شود.

بنابراین فعل جمله معلوم است و قبل از حذف ضمیر موصولی به شکل زیر بوده است.

… Planets which (that) orbit other stars …

تست ۱۶، صفحه ۲۱، فصل اول گرامر

Learning is time - consuming, ... proper experience through extensive reading, practice, and discussion with others.

1) need 2) needing 3) is needed 4) being needed

پاسخ: یادگیری زمان‌بر است که نیازمند تجربه مناسب از طریق مطالعه گسترده، تمرین و بحث با دیگران می‌باشد.

در گزینه‌های سؤال یک فعل در چهار شکل آمده است، بنابراین ممکن است این سؤال از مبحث حذف ضمایر موصولی باشد. با توجه به وجود دو جمله همراه با دو فعل is و need نیاز به یک ضمیر موصولی برای ارتباط دو جمله داریم و با در نظر گرفتن گزینه‌ها ضمیر موصولی حذف شده است. مطابق با مهارت سوم حتماً یکی از گزینه‌های ing + فعل (needing) و یا being needed پاسخ تست است اما جمله فوق یک جملهٔ معلوم است (یادگیری زمان‌بر است ⇐ معلوم) بنابراین گزینهٔ (۲) صحیح است.

داوطلبان گرامی دقت کنید که در این تست فعل need قبل از حذف در حالت معلوم قرار داشته و به صورت زیر می‌باشد.

Learning is time - consuming, which needs proper experience

needing

تذکر: دقت کنید کلیهٔ تست‌های مهارت ۳ فصل اول مشابه این تست می‌باشد.

۱۵- (۳)

با توجه به جای خالی گزینه‌های (۱) و (۴) نمی‌تواند صحیح باشد. همچنین زمانی از الگوی (صفت/قید) + er + than استفاده می‌کنیم که بخواهیم درجه یک صفت را بین دو مورد مقایسه کنیم، اما در این جمله مقایسه‌ای انجام نشده است (به عبارات بعد از جای خالی توجه کنید).

تذکر: مهندسان گرامی توجه کنید که با توجه به معنای گزینه نیز می‌توانستیم گزینه (۳) را انتخاب کنیم.

ترجمه متن ۱

ساده‌ترین فرم تحلیل پلاستیک در مهندسی سازه به یک مصالح الاستوپلاستیک ایده‌آل می‌پردازد و دربرگیرنده دو ایده می‌باشد: مفصل پلاستیک و تشکیل مکانیسم.

ایده مفصل پلاستیک بیان می‌کند که مقطع عرضی که در معرض نیروی محوری و خمش می‌باشد، صرفا می‌تواند ۲ حالت داشته باشد: (۱) کاملا الاستیک، اگر تنش ماکزیمم برابر و یا کمتر از تنش تسلیم باشد و یا (۲) کاملا پلاستیک، تحت توزیعی از تنش‌های کششی و فشاری که از لحاظ بزرگی معادل تنش تسلیمی می‌باشند که نیروهای موجود بر روی مقطع را متعادل می‌سازد. مورد دوم یک مفصل پلاستیک را توصیف می‌نماید، مقطعی که می‌تواند متحمل یک کرنش پلاستیک نامحدود تحت این نیروها گردد اگر به‌وسیله باقیمانده مقاومت سیستم محدود نگردیده باشند.

برخلاف تشکیل مفاصل پلاستیک که وابسته به مقطع عرضی می‌باشد، ایجاد مکانیسم یک فرآیند عضوی یا سیستمی می‌باشد. در تحلیل صلب-پلاستیک، از تغییر شکل‌های الاستیک صرفنظر می‌گردد و جستجویی بعمل می‌آید برای یافتن مقدار کوچکترین بار مورد نیاز برای ایجاد مکانیسم، که عبارتست از الگویی از مفاصل پلاستیک که شرایط تعادل را در سازه فاقد تغییر شکل ارضا می‌نمایند و به طور همزمان جداشدن از این الگو(پیکربندی) را مجاز می‌دانند. این فرآیند جستجو، معمولا در برگیرنده بررسی موقعیت‌های محتمل برای مفاصل پلاستیک بحرانی و الزامات مربوطه برای ارضا تعادل بر روی سازه فاقد تغییر شکل می‌باشد.

۱۶- (۲)

اگر تنش‌ها در برخی از بخش‌های مقطع عرضی یک عضو، متجاوز از حد تسلیم گردد، آن مقطع در یک تحلیل ساده پلاستیک به عنوان..... در نظر گرفته می‌شود.

۱)کاملا الاستیک ۲)کاملا پلاستیک ۳) تا حدی پلاستیک ۴) بالقوه پلاستیک

پاسخ: در پاراگراف دوم به این موضوع اشاره شده و صرفا در متن ۲ حالت کلی در نظر گرفته شده که وضعیت مطرح شده در صورت تست مرتبط با حالت دوم می‌باشد.

دقت: از نظر علمی، گزینهٔ (۳) صحیح است و اگر به احتمال ضعیف به عنوان پاسخ اعلام شد، تعجب نکنید!!

۱۷- (۲)

اگر تغییر شکل یک مفصل پلاستیک به‌وسیله سایر المان‌های یک سازه محدود نگردد،.....

۱) سازه ناپایدار می‌گردد
۲) تغییر شکل‌های بزرگی ممکن است در مفصل پلاستیک رخ دهد
۳) مفاصل پلاستیک بیشتری ممکن است در سازه بوجود آیند
۴) ممکن است نیروها به سایر المان‌ها باز پخش گردند.

پاسخ: به این بخش از پاراگراف دوم توجه کنید:

A section that can undergo indefinite plastic strain……

۱۸- (۴)

در پاراگراف آخر، عبارت that configuration که زیر آن خط کشیده شده است برمی‌گردد به:

۱) مکانیسم ۲) تعادل ۳) سازه فاقد تغییر شکل ۴) الگوی مفاصل پلاستیک

۱۹- (۴)

موقعیت دقیق مفاصل پلاستیک در یک مکانیسم.....

۱) از قبل تعیین گردیده است
۲) مستقل از بارگذاری می‌باشد
۳) می‌بایست در تعادل مدنظر قرار گیرد
۴) می‌بایست مستلزم کمترین بار تخریب باشد

پاسخ: به جمله زیر از پاراگراف دو دقت کنید:

In rigid – plastic analysis, elastic deformation …

۲۰- (۳)

کدامیک ازگزاره های زیر به بهترین نحو می‌تواند جایگزین گزاره "admit departure from" در پاراگراف پایانی گردد.

۱)میپذیرد تغییراتِ
۲) مجاز می‌داند افزایش تغییر شکل‌ها را در
۳) مجاز می‌داند تغییرِ
۴) مجاز می‌داند برای آغازِ

ترجمه متن ۲

در یک ساختمان معمولی فرض می‌گردد که سیستم کف (تیر و دال‌ها) در صفحه افقی صلب است و فرض می‌گردد که بارهای جانبی در رقوم طبقات متمرکز گردیده‌اند. دال‌های کف و شاه تیرها که در کنار هم عمل می‌نمایند، مقاومت قابل توجهی در برابر نیروهای جانبی فراهم می‌کنند. بررسی ساختمان‌های فولادی که در برابر نیروهای باد بالا مقاوت کرده‌اند نشان داده است که دال‌های کف نیروهای جانبی را به نحوی توزیع می‌نمایند که تمامی ستون‌های موجود در یک طبقه خاص، اساسا دارای تغییر شکلی برابر خواهند بود، مادامی‌که پیچش در سازه رخ ندهد. هنگامیکه نیروهای جانبی به طور خاصی زیاد می‌باشند، نظیر آنچه که در ساختمان‌های بلند وجود دارد و یا هنگامی‌که نیروهای لرزه‌ای مد نظر باشند، دیوارهای به طور خاص طراحی شده‌ای ممکن است مورد استفاده قرار بگیرند برای تحمل بخش‌های عمده‌ای از نیروهای جانبی.

۲۱- (۳)

بر طبق متن، صحیح‌ترین گزاره را انتخاب کنید

۱) سیستم کف صلب به کاهش پیچش در ساختمان کمک می‌نماید
۲) دیوارهای به‌طرز خاص طراحی شده برای تحمل نیروهای جانبی مورد نیاز می‌باشند
۳) سیستم کف متشکل از تیرها و دال‌ها می‌تواند صلب مفروض گردد
۴) اکثر سیستم‌های کف ساختمانی در صفحه خودشان از تغییر شکل‌های ناچیز(قابل صرفنظر کردن) برخوردار می‌باشند.

۲۲- (۱)

در متن فوق "acting together" یعنی:

۱) عمل کردن به عنوان یک واحد(مجموعه) ۲) با هم تغییر شکل دادن
۳) باهم مقاومت کردن در برابر نیروها ۴) عمل کردن در یک سیستم کف

۲۳- (۳)

در جمله آخر "specially designed walls" برمی‌گردد به:

۱) دیوارهای باربر ۲) دیوارهای حائل ۳) دیوارهای برشی ۴) دیوار سازه‌ای

۲۴- (۳)

صحیح‌ترین گزاره را انتخاب نمایید.

به منظور برخورداری از تغییر شکل‌های مشابه برای ستون‌های یک طبقه خاص:

۱) سازه باید متقارن باشد ۲) از پیچش کف‌ها باید جلوگیری گردد
۳) کف‌ها باید صلب باشند و پیچش نباید رخ دهد ۴) کف‌ها باید صلب باشند و ستون‌ها می‌بایست متقارن باشند

پاسخ: عملکرد صلب کف‌ها و عدم بوجود آمدن پیچش در سازه، شروط لازم برای تحقق تغییر شکل‌های مساوی در ستون‌ها می‌باشند.

۲۵- (۴)

کدامیک از موارد زیر، بهترین بیان فنی برای گزاره زیر می‌باشد:

" سیستم کف در صفحه افقی صلب مفروض می‌گردد"

۱) پایه ستون ۲) سکو ۳) سکو(خاکریز)سخت ۴) دیافراگم

۲۶- (۲)

ساختمان‌های عادی ممکن است متحمل کمی..... در زلزله‌های قوی گردند، اما آنها طراحی شده‌اند تا در طی این وقایع مانع.....گردند.

۱) تغییر شکل، پلاستیسیته ۲) خرابی، فروریختن ۳) لرزش، خرابی ۴) تغییر شکل، فرو ریختن

۲۷- (۱)

بندهای موقتی، سازه‌هایی غیر دائمی می‌باشند که برای.....جریان رودخانه مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۱) منحرف کردن ۲) جابه‌جا کردن ۳) جایگزین کردن ۴) متوقف کردن

توضیح: coffer dam یا همان بند موقتی، سازه‌ای غیر دائمی می‌باشد که برای منحرف کردن جریان آب رودخانه در زمان ساخت و ساز(به منظور خشک کردن محوطه کارگاه)استفاده می‌گردد.

۲۸- (؟)

در خاک‌های ماسه‌های اشباع اگر فشار آب حفره‌ای.....، خاک اساسا مقاومت و سختی خود را از دست می‌دهد که باعث می‌شود مانند یک سیال عمل نماید.

۱)حذف گردد
۲)بیشتر از فشار خاک باشد
۳)به مقادیر بسیار کمی تقلیل یابد
۴) به اندازه کافی بزرگ برای حمل تمام بارها باشد

تذکر: گزینه‌های (۲) و (۴) از لحاظ مفاهیم مکانیک خاک مشابه یکدیگر می‌باشند و انتخاب هر یک به نظر طراح بستگی دارد از نظر ما (پاسخ‌دهندگان) گزینهٔ (۲) مناسب‌تر است.

۲۹- (۲)

در بتن مسلح، شکست مصالح از سطح عضو، ناشی از تنش و یا پوشش ناکافی .....نامیده می‌شود.

۱)خمش
۲)خرد شدگی، پوسته پوسته شدن
۳) ترک برشی
۴) گسیختگی سطحی

۳۰- (۴)

حوزه زهکشی، بخشی از زمین می‌باشد، جایی‌که آب سطحی ناشی از باران و ذوب شدن برف و یا یخ، به سمت یک نقطه همگرا می‌گردد، که معمولا خروجی حوزه می‌باشد.

۱) میرود به
۲) عبور می‌کند از میان
۳) زهکشی می‌کند از میان
۴) انباشته می‌شود در

۱- مهندسان گرامی توجه کنید اکثر لغات عمومی و تخصصی که در ۱۵ سؤال زبان تخصصی طرح شده است را به‌طور کامل در کتاب زبان تخصصی سری عمران بررسی کرده‌ایم. تعدادی از این لغات عبارتند از:

لغات تخصصی

صفحهٔ ۸۴: *Coffer dame* - تست ۵۱ فصل سازه : *shear wall* - صفحه ۲۵ : *Floor system* - تست ۴۹ فصل سازه *collapse* - تست ۱۵ فصل سازه: *yield stress* - صفحه ۱۵: *torsion* - صفحهٔ ۱۵ *rigid* ...

لغات عمومی مطرح شده در زبان تخصصی:

لغت ۳۶ درس ۶: *accumulate* – لغت ۴۵ درس ۱۰ : *Postulate* – تست ۳ درس ۱۴: *admit* – لغت ۲۰ درس ۷: *divert* – لغت ۷ درس ۶: *Constrain* ...

سری عمران

ریاضیات عمومی

کارشناسی ارشد

همانطور که انتظار می‌رفت، پس از دو سال، رویکرد طراح سؤالات درس ریاضی به روابط منطقی و متناسب با یک آزمون استاندارد برگشت، به‌طوری‌که یک دانشجوی متوسط به آسانی قادر به پاسخگویی به بیش از ۳۵ درصد سؤالات بود.

اگر بخواهیم به‌طور دقیق‌تر سؤالات ریاضی آزمون ۹۳ را بررسی کنیم می‌توان گفت:

ریاضی ۱: سه سؤال آسان، یک سؤال متوسط و یک سؤال دشوار

ریاضی ۲: دو سؤال آسان، دو سؤال متوسط، یک سؤال دشوار

معادلات دیفرانسیل: دو سؤال آسان، یک سؤال متوسط و دو سؤال وقت‌گیر که پاسخگویی به آن در زمان محدود مشکل است.

شایان ذکر است که جهت پاسخگویی به سؤالات امسال ریاضی و معادلات، کلیدی‌ترین نکته، **تشخیص** است یعنی داوطلب باید تشخیص دهد که یک سؤال را حل کند، یا نباید حل کند و از آن عبور کند.

در رابطه با کتاب ریاضی (۱) و معادلات دیفرانسیل سری عمومی نیز قضاوت را به شما عزیزان می‌سپاریم.

سؤالات مشابه و یا عیناً تکرار شده، در پاسخ‌ها مشخص شده است!!!

گروه پاسخ دهندگان:

مسعود مهدیان، عباس تاجیک، مجید فرقانی

ریاضیات

۳۱- (۴)

اگر از رابطه $f\left(\frac{x}{x+2}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{4}x^2\right)=x$ نسبت به x مشتق بگیریم، به‌دست می‌آید:

$$\left(\frac{(1)(x+2)-(1)(x)}{(x+2)^2}\right)f'\left(\frac{x}{x+2}\right)+\frac{\pi}{4}(2x)\cos\left(\frac{\pi}{4}x^2\right)=1(*)$$

حال به صورت مسئله دقت می‌کنیم. خواسته مسئله $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ می‌باشد.

قاعدتاً چون $f'\left(\frac{x}{x+2}\right)$ داریم برای رسیدن به $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ باید بنویسیم:

$$\frac{x}{x+2}=\frac{1}{2}\Rightarrow 2x=x+2\Rightarrow x=2$$

با جایگذاری $x=2$ در رابطهٔ $(*)$ داریم:

$$\left(\frac{4-2}{(2+2)^2}\right)f'\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{\pi}{4}(4)\cos(\pi)=1\Rightarrow\frac{1}{8}f'\left(\frac{1}{2}\right)-\pi=1\Rightarrow f'\left(\frac{1}{2}\right)=8+8\pi$$

این تست مشابه تمرین‌های ۱۸ و ۱۹ و تست ۱۲ از فصل سوم در کتاب ریاضی عمومی ۱ سری عمومی، مشتق تابع در یک نقطه را پرسیده است.

اندازهٔ مشتق $y=\tanh^{-1}(\sin 2x)$ در $x=\frac{\pi}{6}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) تعریف نشده

حل: برای محاسبهٔ مشتق تابع فوق، از رابطهٔ مشتق $\tanh^{-1}u$ که در جدول (e) آورده شده است استفاده می‌کنیم:

$$y=\tanh^{-1}u\xrightarrow{\text{مشتق}}y'=\frac{u'}{1-u^2}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$y=\tanh^{-1}\underbrace{(\sin 2x)}_{u}\xrightarrow{\text{از طرفین مشتق می‌گیریم}}y'=\frac{\overbrace{2\cos 2x}^{u'}}{\underbrace{1-\sin^2 2x}_{1-u^2}}$$

$$\Rightarrow y'\left(x=\frac{\pi}{6}\right)=\frac{2\cos\frac{\pi}{3}}{1-\sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right)}=\frac{2\times\frac{1}{2}}{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{1}{\frac{1}{4}}=4$$

بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

مشتق تابع $f(x)=e^{\sin x}\times\ln x$ در $x=\frac{\pi}{2}$، کدام است؟

۱) $\frac{2e}{\pi}$ ۲) $\frac{2\pi}{e}$ ۳) $\frac{\pi}{2}+\ln\frac{\pi}{2}$ ۴) $\frac{2}{\pi}e+\ln\frac{\pi}{2}$

حل: از رابطهٔ مشتق حاصل‌ضرب، استفاده می‌کنیم:

$$(uv)'=u'v+v'u$$

$$f(x)=\underbrace{e^{\sin x}}_{u}\times\underbrace{\ln x}_{v}\xrightarrow{\text{از طرفین مشتق می‌گیریم}}f'(x)=\underbrace{\cos x\,.\,e^{\sin x}}_{u'}\times\underbrace{\ln x}_{v}+\underbrace{e^{\sin x}}_{u}\times\underbrace{\frac{1}{x}}_{v'}$$

در ادامه با جایگذاری $x=\frac{\pi}{2}$ در رابطهٔ فوق داریم:

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=\underbrace{\cancel{\cos\frac{\pi}{2}}^{\,0}\times e^{\sin\frac{\pi}{2}}\times\ln\frac{\pi}{2}}_{\text{صفر}}+e^{\sin\frac{\pi}{2}}\times\frac{1}{\frac{\pi}{2}}=e\times\frac{2}{\pi}=\frac{2e}{\pi}$$

بنابراین گزینهٔ (۱) صحیح است.

۳۲- (۱)

$$\int_{\ln 2}^{\ln 3}\frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}dx=\int_{\ln 2}^{\ln 3}\frac{(1+e^{-2x})-2e^{-2x}}{1+e^{-2x}}dx=\int_{\ln 2}^{\ln 3}(1-\frac{2e^{-2x}}{1+e^{-2x}})dx=\int_{\ln 2}^{\ln 3}dx+\int_{\ln 2}^{\ln 3}\frac{\overbrace{-2e^{-2x}dx}^{du}}{\underbrace{1+e^{-2x}}_{u}}$$

$$=(\ln 3-\ln 2)+\ln(1+e^{-2x})\Big|_{\ln 2}^{\ln 3}=(\ln 3-\ln 2)+[\ln(1+\underbrace{e^{-2\ln 3}}_{\frac{1}{9}})-\ln(1+\underbrace{e^{-2\ln 2}}_{\frac{1}{4}})]$$

$$=\ln 3-\ln 2+\ln\frac{10}{9}-\ln\frac{5}{4}=\ln 3-\cancel{\ln 2}+\cancel{\ln 2}+\cancel{\ln 5}-2\ln 3-\cancel{\ln 5}+2\ln 2=2\ln 2-\ln 3$$

این تست مشابه تمرین ۲۴ از فصل پنجم کتاب ریاضی عمومی ۱ سری عمومی بوده است.

حاصل انتگرال $\int\frac{e^x-1}{e^x+1}dx$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}\ln(e^{\frac{x}{2}}-e^{-\frac{x}{2}})+c$ ۲) $2\ln(e^{\frac{x}{2}}+e^{-\frac{x}{2}})+c$ ۳) $\frac{1}{2}\ln(e^{2x}+e^{-2x})+c$ ۴) $2\ln(e^{\frac{x}{2}}-e^{-\frac{x}{2}})+c$

حل: با توجه به نکتهٔ فوق، از تغییرمتغیر $u=e^x$ استفاده می‌کنیم:

$$u=e^x\Rightarrow du=e^x dx\Rightarrow dx=\frac{du}{e^x}\xrightarrow{u=e^x}dx=\frac{du}{u}$$

$$\int\frac{e^x-1}{e^x+1}dx=\int\frac{u-1}{u+1}\frac{du}{u}=\int\frac{u-1}{u(u+1)}du$$

در ادامه کسر موجود را تجزیه می‌کنیم:

$$\int\frac{u-1}{u(u+1)}du\overset{\text{تجزیهٔ کسر}}{=\!=\!=}\int(\frac{2}{u+1}-\frac{1}{u})du=2\ln|u+1|-\ln|u|+c=\ln(u+1)^2-\ln u+c$$

$$\overset{u=e^x}{=\!=\!=}\ln(e^x+1)^2-\ln e^x+c=\ln\frac{(e^x+1)^2}{e^x}+c=\ln(\frac{e^x+1}{e^{\frac{x}{2}}})^2+c$$

$$=2\ln\frac{e^x+1}{e^{\frac{x}{2}}}+c=2\ln(e^{\frac{x}{2}}+e^{-\frac{x}{2}})+c$$

بنابراین گزینهٔ (۲) صحیح است.

۳۳- (۳)

به انتگرال $\int_0^{\pi}\frac{dx}{(1-\cos\sqrt{x})^{\alpha}}$ توجه کنید. واضح است که حدود انتگرال‌ها ∞ نمی‌باشد. پس ناسرگی نوع اول نداریم.

از طرفی ریشه مخرج به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$1-\cos\sqrt{x}=0\Rightarrow x=0$$

و چون $x=0$ حد پایینی انتگرال است، ناسرگی نوع دوم داریم و با استفاده از هم‌ارزی در این نقطه می‌توان نوشت:

$$1-\cos\sqrt{x}\overset{x\to 0}{\sim}1-(1-\frac{(\sqrt{x})^2}{2})\sim\frac{x}{2}$$

بنابراین در $x=0$ (به‌عنوان نقطه‌ای با وضعیت ناسرگی) داریم:

$$I\sim\int_0^{a>0}\frac{dx}{(\frac{x}{2})^{\alpha}}=\int_0^{a>0}\frac{2^{\alpha}}{x^{\alpha}}dx$$

حال دقت داریم با توجه به آزمون P در انتگرال‌های ناسره به‌صورت $\int_0^{a>0}\frac{dx}{x^P}$ که برای $P<1$ همگرا و برای $P\geq 1$ واگرایند بنابراین در این تست انتگرال $\int_0^{a>0}\frac{dx}{x^{\alpha}}$ برای $\alpha<1$ همگرا و برای $\alpha\geq 1$ واگراست. بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

این تست مشابه تمرین ۳۳ و تست‌های ۹۲ و ۹۳ از فصل ششم کتاب ریاضی عمومی ۱ سری عمومی بوده است. (ابتدا از هم‌ارزی و سپس از همگرایی استفاده می‌کنیم)

با فرض آنکه $\alpha > \beta$ باشد، برای آنکه $\int_{0}^{+\infty} \frac{dx}{x^{\alpha}+x^{\beta}}$ همگرا باشد، باید داشته باشیم:

۱) $\beta < 1 , \alpha > 1$ ۲) $\beta > 1 , \alpha > 1$ ۳) $\beta < -1 , \alpha < -1$ ۴) $\beta < -1 , \alpha > -1$

حل: با سؤال بسیار جالبی روبرو شده‌ایم. برای یافتن حدود α و β، به موارد زیر توجه کنید:

۱- این انتگرال هم در صفر و هم در بی‌نهایت ناسرگی دارد (دقت شود که $x = 0$ مجانب قائم تابع تحت انتگرال است). بنابراین با توجه به نکات بیان شده، انتگرال را می‌شکنیم:

$$\int_{0}^{+\infty} \frac{dx}{x^{\alpha}+x^{\beta}} = \underbrace{\int_{0}^{\overset{\text{عدد دلخواه در بازه}}{2}} \frac{dx}{x^{\alpha}+x^{\beta}}}_{(I)\ \text{ناسرهٔ نوع دوم}} + \underbrace{\int_{2}^{+\infty} \frac{dx}{x^{\alpha}+x^{\beta}}}_{(II)\ \text{ناسرهٔ نوع اول}}$$

۲- در انتگرال (I) از هم‌ارزی در صفر و در انتگرال (II) از هم‌ارزی در بی‌نهایت استفاده می‌کنیم و در نهایت با توجه به آزمون انتگرال p، داریم:

$$(I) : \int_{0}^{2} \frac{dx}{x^{\alpha}+x^{\beta}} \Rightarrow \frac{1}{x^{\alpha}+x^{\beta}} \underset{\alpha>\beta}{\overset{x\to 0}{\sim}} \frac{1}{x^{\beta}}$$

($x^{\alpha}+x^{\beta}$ در صفر هم‌ارز با توان کوچک‌تر است)

$$\Rightarrow \text{انتگرال هم‌ارز} = \int_{0}^{2} \frac{dx}{x^{\beta}} \xrightarrow[\text{ناسرهٔ نوع دوم}]{\text{انتگرال } p}$$ شرط همگرایی $\beta < 1$ است.

$$(II) : \int_{2}^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha}+x^{\beta}} \Rightarrow \frac{1}{x^{\alpha}+x^{\beta}} \underset{\alpha>\beta}{\overset{x\to\infty}{\sim}} \frac{1}{x^{\alpha}}$$

($x^{\alpha}+x^{\beta}$ در بی‌نهایت هم‌ارز با توان بزرگ‌تر است)

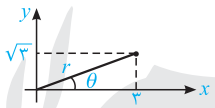
$$\Rightarrow \text{انتگرال هم‌ارز} = \int_{2}^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha}} \xrightarrow[\text{ناسرهٔ نوع اول}]{\text{انتگرال } p}$$ شرط همگرایی $\alpha > 1$ است

۲- در انتها می‌توان گفت که انتگرال موردنظر، زمانی همگراست که هر دو انتگرال (I) و (II) همگرا باشند، پس شروط همگرایی هر دو باید همزمان برقرار شوند (یعنی $\alpha > 1$ و $\beta < 1$)، بنابراین گزینهٔ (۱) صحیح است.

۳۴- (۳)

واضح است در هر عدد مختلط به‌صورت $Z = A + iB$ شرط حقیقی بودن عدد مختلط این است که $B = 0$ باشد. حال به مسئله برمی‌گردیم. برای به توان رساندن عدد مختلط (معمولاً) به سراغ فرم قطبی (یا نمایی) اعداد مختلط می‌رویم. داریم:

$$z = 3 + i\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow \begin{cases} r = \sqrt{9+3} = 2\sqrt{3} \\ \theta = \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

حال می‌توان با استفاده از فرم نمایی نوشت:

$$(3+i\sqrt{3})^n = (2\sqrt{3}\, e^{i\frac{\pi}{6}})^n = (2\sqrt{3})^n e^{i\frac{n\pi}{6}} \xrightarrow{e^{ix} = \cos x + i\sin x} = (2\sqrt{3})^n (\cos\frac{n\pi}{6} + i\sin\frac{n\pi}{6})$$

واضح است برای حقیقی بودن عدد مختلط باید، $\sin\frac{n\pi}{6}$ برابر صفر شود:

$$\sin\frac{n\pi}{6} = 0 \Rightarrow \frac{n\pi}{6} = k\pi \ ; \ k \in \mathbb{Z}$$

بنابراین باید $n = 6k$ باشد و با توجه به گزینه‌ها فقط گزینه (۳) صحیح می‌باشد. زیرا ۱۳۹۲ ضریبی از عدد ۶ است.

این تست مشابه تمرین‌های ۴ و ۴۲ از فصل نهم در کتاب ریاضی عمومی ۱ سری عمومی بوده است.

اگر عدد مختلط $\frac{3+2i\sin\theta}{1-2i\sin\theta}$ فاقد جزء حقیقی باشد، θ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{6}$ ۲) $\frac{\pi}{4}$ ۳) $\frac{\pi}{3}$ ۴) $\frac{\pi}{2}$

حل: همانطور که مشاهده می‌کنید با یک کسر مختلط روبرو هستیم و مشابه با تمرین قبل، ابتدا صورت و مخرج کسر را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم تا کسر ساده‌تر شود:

$$z=\frac{3+2i\sin\theta}{1-2i\sin\theta}\times\underbrace{\frac{1+2i\sin\theta}{1+2i\sin\theta}}_{\text{مزدوج مخرج}}=\frac{3+6i\sin\theta+2i\sin\theta+4i^2\sin^2\theta}{1^2-(2i\sin\theta)^2}\overset{i^2=-1}{=}$$

$$z=\frac{(3-4\sin^2\theta)+8i\sin\theta}{1-4i^2\sin^2\theta}=\underbrace{\left(\frac{3-4\sin^2\theta}{1+4\sin^2\theta}\right)}_{\text{مؤلفهٔ حقیقی}}+\underbrace{\left(\frac{8\sin\theta}{1+4\sin^2\theta}\right)}_{\text{مؤلفهٔ موهومی}}i$$

در نهایت با توجه به خواستهٔ مسئله، قسمت حقیقی آن را برابر صفر قرار داده و θ موردنظر را به‌دست می‌آوریم:

$$Re(z)=0\Rightarrow\frac{3-4\sin^2\theta}{1+4\sin^2\theta}=0\xrightarrow[\text{مخرج}\neq 0]{\text{صورت کسر باید صفر شود}}3-4\sin^2\theta=0\Rightarrow 4\sin^2\theta=3$$

$$\Rightarrow\sin^2\theta=\frac{3}{4}\Rightarrow\sin\theta=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\theta=\pm\frac{\pi}{3}+2k\pi\,,\,k\in\mathbb{Z}\xrightarrow{k=0}\theta=\pm\frac{\pi}{3}$$

بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

چنانچه $z=e^{i\theta}$ فرض شود، قسمت حقیقی $w=\sqrt{\frac{1+z}{1-z}}$، برابر است با:

۱) $\pm\sqrt{2\tan\frac{\theta}{2}}$ ۲) $\pm\sqrt{\tan\theta}$ ۳) $\pm\sqrt{\frac{1}{2}\cot\frac{\theta}{2}}$ ۴) $\pm\sqrt{2\cot\theta}$

حل: ابتدا z را در معادلهٔ فوق جایگذاری می‌کنیم:

$$w=\sqrt{\frac{1+e^{i\theta}}{1-e^{i\theta}}}\overset{\text{رابطهٔ اویلر}}{=}\sqrt{\frac{(1+\cos\theta)+i\sin\theta}{(1-\cos\theta)-i\sin\theta}}$$

با استفاده از اتحادهای زیر، داریم:

$$\Rightarrow 1+\cos\theta=2\cos^2\frac{\theta}{2}\;,\;1-\cos\theta=2\sin^2\frac{\theta}{2}\;,\;\sin\theta=2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$$

$$w=\sqrt{\frac{2\cos^2\frac{\theta}{2}+2i\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{2\sin^2\frac{\theta}{2}-2i\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}}=\sqrt{\frac{2\cos\frac{\theta}{2}\left(\cos\frac{\theta}{2}+i\sin\frac{\theta}{2}\right)}{2\sin\frac{\theta}{2}\underbrace{\left(\sin\frac{\theta}{2}-i\cos\frac{\theta}{2}\right)}_{\to -i\left(\cos\frac{\theta}{2}-\frac{1}{i}\sin\frac{\theta}{2}\right)}}}$$

$$=\sqrt{\frac{\cos\frac{\theta}{2}\left(\cos\frac{\theta}{2}+i\sin\frac{\theta}{2}\right)}{-i\sin\frac{\theta}{2}\left(\cos\frac{\theta}{2}-\underbrace{\frac{1}{i}}_{\to -i}\sin\theta\right)}}=\sqrt{\underbrace{\frac{-1}{i}}_{\to i}\;\frac{\cos\frac{\theta}{2}\left(\cos\frac{\theta}{2}+i\sin\frac{\theta}{2}\right)}{\sin\frac{\theta}{2}\left(\cos\frac{\theta}{2}+i\sin\frac{\theta}{2}\right)}}$$

بنابراین، w برابر است با:

$$w=\sqrt{i\cot\frac{\theta}{2}}=\sqrt{i}\times\sqrt{\cot\frac{\theta}{2}}$$

در ادامه برای تعیین قسمت حقیقی w، ابتدا باید $\sqrt{i}$ را به‌دست آوریم:

$$z=\sqrt{i}\Rightarrow z^2=i=e^{i\frac{\pi}{2}}\Rightarrow z=e^{i\left(\frac{2k\pi+\frac{\pi}{2}}{2}\right)}\,,\,k=0,1$$

$$\Rightarrow\begin{cases}k=0\Rightarrow z=e^{i\frac{\pi}{4}}=\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{i}{\sqrt{2}}\\ k=1\Rightarrow z=e^{i\frac{5\pi}{4}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{i}{\sqrt{2}}\end{cases}\Rightarrow z=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\pm\frac{i}{\sqrt{2}}\qquad(*)$$

و در نتیجه می‌توان w را به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$w=\sqrt{i}\times\sqrt{\cot\frac{\theta}{2}}\xrightarrow{(*)}w=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\cot\frac{\theta}{2}}\pm\frac{i}{\sqrt{2}}\sqrt{\cot\frac{\theta}{2}}\Rightarrow w=\pm\sqrt{\frac{1}{2}\cot\frac{\theta}{2}}\pm i\sqrt{\frac{1}{2}\cot\frac{\theta}{2}}$$

در نهایت قسمت حقیقی w، برابر است با:

$$Re(w)=\pm\sqrt{\frac{1}{2}\cot\frac{\theta}{2}}$$

بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

۳۵- (۴)

روش اول: می‌خواهیم حاصل یک سری ساده (اما به نظر سخت) به صورت زیر را بیابیم:

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{3n+1}=1-\frac{1}{4}+\frac{1}{7}-\frac{1}{10}+\dots$$

منطقی است حاصل این سری تقریباً $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}\simeq 0/75$ و یا به‌صورت یکم دقیقتر $1-\frac{1}{4}+\frac{1}{7}\simeq\frac{25}{28}\simeq 0/9$ و یا با دقت بیشتر $1-\frac{1}{4}+\frac{1}{7}-\frac{1}{10}\simeq 0/8$ می‌باشد. لذا گزینه‌ای صحیح است که نزدیک به عدد ۰/۸ باشد. از اطلاعات دبیرستانی می‌دانیم $\begin{cases}\ln 2\simeq 0/7\\ \pi\simeq 3\\ \sqrt{3}\simeq 1/7\end{cases}$ بنابراین با توجه به گزینه‌ها (که همگی $\frac{\ln 2}{3}$ دارند) می‌نویسیم:

$$\frac{\ln 2}{3}\simeq\frac{0/7}{3}\simeq\frac{7}{30}\simeq 0/22$$

تا اینجا می‌توان به نادرستی گزینه‌های دوم و سوم که از ۰/۲۲ کمتر هستند پی برد. بین گزینه‌های ۱ و ۴ به دنبال مقدار تقریبی $\frac{\pi}{6\sqrt{3}}$ و $\frac{\pi\sqrt{3}}{9}$ می‌باشیم.

در گزینه اول: $\frac{\pi}{6\sqrt{3}}\simeq\frac{3}{6\times 1/7}=\frac{1}{3/4}=\frac{10}{34}\simeq 0/3$

بنابراین مقدار تقریبی گزینه اول چنین است:

$$\frac{\ln 2}{3}+\frac{\pi}{6\sqrt{3}}\simeq 0/22+0/3\simeq 0/52$$

که گزینه‌ای غلط می‌باشد (زیرا نزدیک به عدد ۰/۸ نمی‌باشد) و تنها گزینه (۴) صحیح می‌باشد. البته برای گزینه چهارم داریم:

$$\frac{\pi\sqrt{3}}{9}\simeq\frac{3\times 1/7}{9}=\frac{17}{30}$$

واضح است در گزینه چهارم:

$$\frac{\ln 2}{3}+\frac{\pi\sqrt{3}}{9}\simeq\frac{7}{30}+\frac{17}{30}=\frac{24}{30}\simeq 0/8$$

روش دوم: سری $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{3n+1}$ را در نظر بگیرید:

با توجه به $3n+1$ در مخرج به یاد انتگرال x^{3n} می‌افتیم:

$$\int x^{3n}\,dx=\frac{x^{3n+1}}{3n+1}$$

از طرف دیگر از سری هندسی داریم:

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-x)^{3n}=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{3n}=x^0\underset{\times(-x^3)}{-}x^3\underset{\times(-x^3)}{+}x^6-x^9+\dots=\frac{a_0}{1-q}\overset{a_0=1}{\underset{q=-x^3}{=}}\frac{1}{1+x^3}\quad,\ |x|<1$$

و در نهایت با توجه به شرط $|x|<1$ از طرفین انتگرال $\int_0^1$ می‌گیریم:

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{3n}=\frac{1}{1+x^3}\xrightarrow{\int_0^1}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{3n+1}=\int_0^1\frac{dx}{1+x^3}$$

$$\overset{\text{تجزیه کسر}}{=}\left(\frac{1}{3}\ln(1+x)-\frac{1}{6}\ln(x^2-x+1)+\frac{1}{\sqrt{3}}\tan^{-1}\left(\frac{2x-1}{\sqrt{3}}\right)\right)\Bigg|_0^1$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{3n+1}=\frac{1}{3}\ln 2+\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\left(\frac{\pi}{6}\right)-\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)=\frac{1}{3}\ln 2+\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{\pi}{3}=\frac{\ln 2}{3}+\frac{\pi\sqrt{3}}{9}$$

۳۶- (۱)

$$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{a}\times\vec{c}\Rightarrow\vec{a}\times(\vec{b}-\vec{c})=0\Rightarrow\vec{a}\parallel(\vec{b}-\vec{c})$$

$$\vec{a}.\vec{b}=\vec{a}.\vec{c}\Rightarrow\vec{a}.(\vec{b}-\vec{c})=0\Rightarrow\vec{a}\perp(\vec{b}-\vec{c})$$

یعنی $\vec{a}$ هم موازی و هم عمود بر $\vec{b}-\vec{c}$ است، که این اتفاق فقط برای بردار صفر رخ می‌دهد و داریم:

$$\vec{b}-\vec{c}=\vec{0}\Rightarrow\vec{b}=\vec{c}$$

۳۷- (۲)

مطابق حد مجموع ریمان‌ها در انتگرال دوگانه می‌دانیم:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}f\left(\frac{i+j}{n}\right)=\int_0^1\int_0^1 f(x+y)\,dx\,dy$$

حال با فرض $f\left(\frac{i+j}{n}\right)=\cos\left(\frac{\pi(i+j)}{n}\right)$ واضح است:

$$f(x+y)=\cos(\pi(x+y))$$

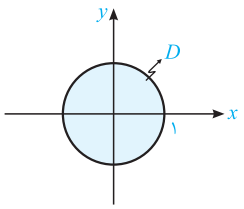
بنابراین حاصل حد موردنظر چنین است:

$$I=\int_0^1\int_0^1\cos\pi(x+y)\,dx\,dy=\int_0^1\frac{1}{\pi}\sin\pi(x+y)\Big]_{x=0}^{1}dy=\frac{1}{\pi}\int_0^1(\sin\pi(1+y)-\sin\pi y)\,dy$$

$$=\frac{1}{\pi}\frac{-1}{\pi}(\cos\pi(1+y)-\cos\pi y)\Big]_{y=0}^{1}=\frac{-1}{\pi^2}((\cos 2\pi-\cos\pi)-(\cos\pi-\cos 0))=\frac{-1}{\pi^2}(1+1+1+1)=\frac{-4}{\pi^2}$$

۳۸- (۱)

ناحیه انتگرال‌گیری و انتگرال خواسته شده چنین‌اند:



$$I=\iint_D\frac{\cos x}{\cos x+\cos y}\,dA$$

با توجه به تقارن ناحیه انتگرال‌گیری نسبت به متغیرهای x و y می‌توان نوشت:

$$I=\iint_D\frac{\cos y}{\cos x+\cos y}\,dA$$

حال می‌توان با یک ابتکار ساده نوشت:

$$I+I=\iint_D\frac{\cos x+\cos y}{\cos x+\cos y}\,dA\Rightarrow 2I=\underbrace{\boxed{\iint_D dA}}_{=\text{مساحت ناحیه } D\,=\,\pi}\Rightarrow 2I=\pi\Rightarrow I=\frac{\pi}{2}$$

۳۹- (۲)

انتگرال را به‌صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\oint_c\underbrace{\boxed{\frac{-y}{x^2}f\left(\frac{y}{x}\right)}}_{F_1}dx+\underbrace{\boxed{\frac{x}{x^2}f\left(\frac{y}{x}\right)}}_{F_2}dy$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial x}=\frac{\partial F_1}{\partial y}\Rightarrow \text{میدان } F \text{ پایستار است}$$

$$\begin{cases}\text{مسیر } C \text{ بسته}\\ \text{میدان القایی}\end{cases}\Rightarrow \text{جواب انتگرال} = \text{صفر}$$

۴۰- (۴)

روش اول: مطابق قضیه استوکس می‌دانیم:

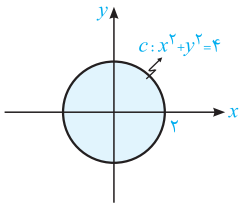
اگر سطح فضایی S یک سطح باز و منحنی C منحنی لبه‌ای آن باشد، آنگاه:

$$I=\iint_S (\vec{\nabla}\times \underbrace{\vec{F}}_{\vec{F}=P\vec{i}+Q\vec{j}+R\vec{k}}).\vec{n}\,ds=\oint_{C^+} P\,dx+Q\,dy+R\,dz$$

که در آن C منحنی لبه‌ای آن است. بنابراین خواهیم داشت:

$$I=\oint_C (z-y)\,dx+(z+x)\,dy-(x+y)\,dz$$

که در آن c مرز بسته به‌صورت زیر است:



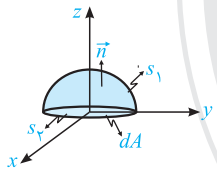
واضح است روی منحنی C داریم $z=0$ و $dz=0$ و بنابراین:

$$I=\oint_C -y\,dx+x\,dy$$

و مطابق قضیه گرین خواهیم داشت:

$$I=\iint_D \left(\frac{\partial}{\partial x}(x)-\frac{\partial}{\partial y}(-y)\right)dx\,dy=2\iint_D dx\,dy=2\,(\text{مساحت ناحیه } D)=8\pi$$

روش دوم: از نتیجهٔ قضیهٔ استوکس داریم:



$$\iint_{s_1} curl F.n\,ds=\iint_{s_2} curl F.n\,ds$$

$$\xrightarrow{\text{در صفحهٔ } xoy}\begin{cases} ds \Rightarrow dA \\ \vec{n}\Rightarrow \vec{k}\end{cases}$$

$$\text{انتگرال}=\iint_{s_2}\underbrace{curl\ F.\vec{k}}_{\frac{\partial F_2}{\partial x}-\frac{\partial F_1}{\partial y}}\,dA=\iint_{s_2}(1-(-1))\,dA=2\iint_{s_2}dA=2\times(\text{مساحت } s_2)=2\times\pi(2)^2=8\pi$$

۴۱- (۲)

با تقسیم کردن معادله بر جمله $(x+1)$ داریم:

$$y'-\frac{1}{x+1}y=e^x(x+1)$$

$$\mu(x)=e^{\int(\frac{-1}{x+1})dx}=\frac{1}{x+1}\Rightarrow\left(\frac{1}{1+x}y\right)'=e^x\Rightarrow\frac{1}{x+1}y=e^x+C\xrightarrow{y(0)=1}C=0$$

$$y=(x+1)e^x\xrightarrow{x=1}y=2e$$

این تست مشابه تمرین ۱۵ فصل اول کتاب معادلات دیفرانسیل سری عمومی بوده است.

حد جواب معادلهٔ دیفرانسیل $ty'+(t+1)y=2te^{-t}$، با شرط کمکی $y(1)=a$ در نقطهٔ $t=0$ برابر با صفر است، هرگاه a برابر باشد با:

۱) $-\frac{1}{e}$ ۲) $-e$ ۳) $\frac{1}{e}$ ۴) e

حل: با کمی دقت می‌فهمیم که این معادله که در آن y تابع و t متغیر است، یک معادلهٔ مرتبهٔ اول خطی می‌باشد. بنابراین ابتدا با استاندارد کردن معادله، عامل انتگرال‌ساز آن را به‌دست می‌آوریم:

$$ty'+(t+1)y=2te^{-t}\xrightarrow[\div t]{\text{فرم استاندارد}}y'+\frac{t+1}{t}y=2e^{-t}\Rightarrow y'+\underbrace{\left(1+\frac{1}{t}\right)}_{p(t)}y=\underbrace{2e^{-t}}_{q(t)}$$

$$\text{عامل انتگرال‌ساز}:\ M(t)=e^{\int p(t)\,dt}=e^{\int(1+\frac{1}{t})\,dt}=e^{t+\ln t}$$

$$\Rightarrow M(t)=e^t\times\underbrace{e^{\ln t}}_{=t}=e^t\times t\Rightarrow M(t)=te^t$$ و

درادامه جواب معادله را از حل رابطهٔ زیر به‌دست می‌آوریم:

$$(M(t)y)' = M(t)q(t) \xrightarrow[q(t)=2e^{-t}]{M(t)=te^{t}} (te^{t}y)' = te^{t}\times 2e^{-t} \Rightarrow (te^{t}y)' = 2t$$

$$\xrightarrow{\text{انتگرال‌گیری}} te^{t}y = \int 2t\,dt \Rightarrow te^{t}y = t^{2}+c \xrightarrow[t=1,\ y=a]{y(1)=a} 1\times e^{1}\times a = 1+c \Rightarrow c = ae-1$$

و درنهایت جواب معادله برابر است با:

$$te^{t}y = t^{2}+ae-1 \Rightarrow y = \frac{t^{2}+ae-1}{te^{t}}$$

در ادامه حد تابع را در $t=0$ محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{t\to 0} y = \lim_{t\to 0}\frac{t^{2}+ae-1}{te^{t}} = \frac{ae-1}{0}$$

اگر صورت کسر مخالف صفر باشد، با توجه به صفر شدن مخرج، جواب حد نامتناهی می‌شود، از این‌رو اگر بخواهیم حاصل حد برابر یک عدد باشد (مطابق فرض سؤال برابر صفر باشد)، حتماً باید حد صورت کسر نیز برابر صفر شود، تا حالت مبهم $\frac{0}{0}$ ایجاد شده و جواب نهایی حد، برابر عدد صفر شود. درنتیجه داریم:

$$ae-1=0 \Rightarrow ae=1 \Rightarrow a=\frac{1}{e} \quad \text{(گزینهٔ ۳)}$$

توجه کنید که درصورت برقراری این شرط، حاصل حد برابر صفر می‌شود:

$$\lim_{t\to 0} y = \lim_{t\to 0}\frac{t^{2}+ae-1}{te^{t}} \xrightarrow[\frac{0}{0}]{HOP} \lim_{t\to 0}\frac{2t}{e^{t}+te^{t}} = \frac{0}{1} = 0$$

۴۲- (۴)

با یک معادلهٔ فاقد x روبرو هستیم، بنابراین داریم:

$$y' = u$$

$$y'' = u\frac{du}{dy}$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری}} y.u\frac{du}{dy} - u^{2} = 0 \xrightarrow{\div u} y\frac{du}{dy} = u \Rightarrow \frac{du}{u} = \frac{dy}{y} \xrightarrow{\text{جایگذاری}} \ln u = \ln y + C_1$$

$$\xrightarrow{u=y'} \ln y' = \ln y + C_1 \xrightarrow{x=1} \ln 3 = \ln 2 + C_1 \Rightarrow C_1 = \ln\frac{3}{2}$$

$$\ln y' - \ln y = \ln\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{dy}{y} = \frac{3}{2}dx \xrightarrow{\text{انتگرال‌گیری}} \ln y = \frac{3}{2}x + C_2 \xrightarrow{y(1)=2} \ln 2 = \frac{3}{2} + C_2 \Rightarrow C_2 = \ln 2 - \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \ln y = \frac{3}{2}x + \ln 2 - \frac{3}{2} \xrightarrow{x=3} \ln y = \frac{9}{2} + \ln 2 - \frac{3}{2} \Rightarrow \ln y = 3 + \ln 2 \Rightarrow y = 2e^{3}$$

این تست مشابه تمرین ۴۳ فصل دوم کتاب معادلات دیفرانسیل سری عمومی بوده است.

جواب عمومی معادله‌های دیفرانسیل زیر را به‌دست آورید.

۱) $yy'' + (y')^{2} = 0$

حل: همانطور که مشاهده می‌کنید، با دو معادلهٔ مرتبهٔ دوم غیرخطی و فاقد x روبرو شده‌ایم. در ادامه به‌صورت جداگانه آنها را حل می‌کنیم:

مطابق دستورالعمل، از تغییر متغیرهای $y'=u$ و $y''=u\frac{du}{dy}$ استفاده می‌کنیم و داریم:

$$yy'' + (y')^{2} = 0 \xrightarrow{\text{تبدیل می‌شود به}} y.\underbrace{\boxed{u\frac{du}{dy}}}_{y''} + \underbrace{\boxed{u^{2}}}_{y'^{2}} = 0 \xrightarrow{\div u} y\frac{du}{dy} + u = 0 \Rightarrow y\,du = -u\,dy$$

$$\Rightarrow \frac{du}{u} = -\frac{dy}{y}$$

همانطور که مشاهده می‌کنید، به یک معادلهٔ تفکیک‌پذیر از مرتبهٔ اول رسیده‌ایم که برای حل آن از دوطرف رابطه انتگرل می‌گیریم:

$$\xrightarrow{\text{انتگرال‌گیری از طرفین}} \int\frac{du}{u} = -\int\frac{dy}{y} \Rightarrow \ln|u| = -\ln|y| + \boxed{\ln c_1} = \ln\left|\frac{c_1}{y}\right| \xrightarrow{exp} u = \frac{c_1}{y}$$

عدد ثابت را به فرم $\ln c_1$ می‌نویسیم تا محاسبات ساده‌تر انجام شود.

در ادامه با جایگذاری $u = y'$ در رابطهٔ به‌دست آمده، y را محاسبه می‌کنیم:

$$y' = \frac{c_1}{y} \xrightarrow{y' = \frac{dy}{dx}} \frac{dy}{dx} = \frac{c_1}{y} \Rightarrow y\,dy = c_1 dx \xrightarrow{\text{انتگرال‌گیری}} \int y\,dy = c_1 \int dx$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} y^2 = c_1 x + c_2 \Rightarrow y^2 = 2c_1 x + 2c_2 \Rightarrow y^2 = c_1' x + c_2'$$

کمی توجه: از آنجا که c یک عدد ثابت است، e^c، $\ln c$ و ... همگی عدد ثابت محسوب می‌شوند و با توجه به نوع رابطه‌ای که به آن رسیدیم، باید عدد ثابت برای معادله انتخاب کنیم. به‌طور مثال به معادلات زیر توجه کنید:

$$\ln|u| = \text{عدد ثابت} + \ln y \xrightarrow[\text{به‌صورت } \ln c \text{ انتخاب شود.}]{\text{بهتر است عدد ثابت}} \ln|u| = \ln c + \ln y = \ln cy \xrightarrow{exp} u = cy$$

$$e^y = \text{عدد ثابت} \times e^x \xrightarrow[\text{به‌صورت } e^c \text{ انتخاب شود.}]{\text{بهتر است عدد ثابت}} e^y = e^c \times e^x = e^{c+x} \xrightarrow{\text{می‌گیریم } ln} y = c + x$$

۴۳- (۳)

برای بازنویسی مشتقات تابع می‌نویسیم:

$$x = \tan t \Rightarrow \frac{dx}{dt} = (1 + \tan^2 t) = \frac{1}{\cos^2 t} \Rightarrow y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{dy}{dt} \cos^2 t = \cos^2 t\, \dot{y}$$

$$y'' = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dt}\cos^2 t\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dt}\cos^2 t\right) \cdot \frac{dt}{dx} = \left(\frac{d^2 y}{dt^2}\cos^2 t - 2\cos t \sin t \frac{dy}{dt}\right)\cos^2 t = \cos^4 t\, \ddot{y} - 2\cos^3 t \sin t\, \dot{y}$$

حال با بازنویسی معادله دیفرانسیل $(1+x^2)y'' + (1+2x)(1+x^2)y' + y = 0$ به‌دست می‌آوریم:

$$\underbrace{(1+\tan^2 t)^2}_{= \frac{1}{\cos^4 t}} (\cos^4 t\, \ddot{y} - 2\cos^3 t \sin t\, \dot{y}) + (1 + 2\tan t) \underbrace{(1+\tan^2 t)}_{= \frac{1}{\cos^2 t}} (\cos^2 t\, \dot{y}) + y = 0$$

$$\Rightarrow \ddot{y} - 2\tan t\, \dot{y} + \dot{y} + 2\tan t\, \dot{y} + y = 0 \Rightarrow \ddot{y} + \dot{y} + y = 0$$

این تست مشابه تمرین ۴ فصل پیوست کتاب معادلات دیفرانسیل سری عمومی بوده است.

با تغییرمتغیر $t = \cos x$، معادلهٔ دیفرانسیل $\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx}\cot x + y = 0$ به چه معادله‌ای تبدیل می‌شود؟

۱) $(1-t^2)\frac{d^2 y}{dt^2} - 2t\frac{dy}{dt} + y = 0$

۲) $(1-t^2)\frac{d^2 y}{dt^2} + y = 0$

۳) $(1-t^2)\frac{d^2 y}{dt^2} + 2t\frac{dy}{dt} + y = 0$

۴) $(1-t^2)\frac{d^2 y}{dt^2} - y = 0$

حل: برای پاسخ به این سؤال، مراحل زیر را طی می‌کنیم:

۱- با توجه به گزینه‌ها، باید ارتباط $\frac{dy}{dx}$ با $\frac{dy}{dt}$ و همچنین $\frac{d^2 y}{dx^2}$ با $\frac{dy}{dt}$ و $\frac{d^2 y}{dt^2}$ را به‌دست آوریم:

۲- برای پیدا کردن ارتباط $\frac{dy}{dx}$ و $\frac{dy}{dt}$، از قاعدهٔ مشتق زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx} \qquad (I)$$

$$\text{صورت سؤال}: t = \cos x \xrightarrow{\text{مشتق از طرفین}} \frac{dt}{dx} = -\sin x = -\sqrt{1-\cos^2 x} \xlongequal{\cos x = t} \boxed{\frac{dt}{dx} = -\sqrt{1-t^2}}$$

$$\text{جایگذاری } \frac{dt}{dx} \text{ در } (I): \frac{dy}{dx} = -\sqrt{1-t^2}\,\frac{dy}{dt} \qquad (II)$$

۳- برای پیدا کردن ارتباط $\frac{d^2 y}{dx^2}$ با $\frac{dy}{dt}$ و $\frac{d^2 y}{dt^2}$، از طرفین رابطهٔ (II) یک‌بار دیگر مشتق می‌گیریم:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{dy}{dt} \times \frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{d^2 y}{dt^2} \times \left(\frac{dt}{dx}\right)^2$$

$$t = \cos x \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{dt}{dx} = -\sin x \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{d^2 t}{dx^2} = -\cos x = -t$$

$$\text{جایگذاری } \frac{d^2 t}{dx^2} \text{ و } \frac{dt}{dx}: \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{dy}{dt} \times (-t) + \frac{d^2 y}{dt^2} \times \left(-\sqrt{1-t^2}\right)^2 \Rightarrow \frac{d^2 y}{dx^2} = -t\frac{dy}{dt} + (1-t^2)\frac{d^2 y}{dt^2} \qquad (III)$$

۴- پس از جایگذاری $\frac{dy}{dx}$ و $\frac{d^2y}{dx^2}$، به‌سادگی معادلهٔ جدید حاصل می‌شود:

معادلهٔ داده شده: $\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}\cot(x)+y=0$

$$\xrightarrow[\cot x=\frac{\cos x}{\sin x}=\frac{t}{\sqrt{1-t^2}}]{\text{جایگذاری } (II) \text{ و } (III)} (-t\frac{dy}{dt}+(1-t^2)\frac{d^2y}{dt^2})+(-\sqrt{1-t^2}\frac{dy}{dt})(\frac{t}{\sqrt{1-t^2}})+y=0$$

$$\Rightarrow (1-t^2)\frac{d^2y}{dt^2}-t\frac{dy}{dt}-t\frac{dy}{dt}+y=0 \Rightarrow (1-t^2)\frac{d^2y}{dt^2}-2t\frac{dy}{dt}+y=0$$ (گزینهٔ ۱)

۴۴- (۱)

با تقسیم معادله بر x داریم:

$$y''+\frac{3-x}{x}y'-\frac{1}{x}y=0$$

واضح است $P(x)=\frac{3-x}{x}$ و $Q(x)=\frac{-1}{x}$ می‌باشد و نقطه تکین معادله $x=0$ می‌باشد. حال داریم:

$$P_0=\lim_{x\to 0}(x-0)P(x)=\lim_{x\to 0}(3-x)=3$$

$$q_0=\lim_{x\to 0}(x-0)^2q(x)=\lim_{x\to 0}(-x)=0$$

معادله مشخصه: $m(m-1)+3m+0=0 \Rightarrow m^2+2m=0 \Rightarrow m=0\ ,\ \boxed{m=-2}$

ریشه کوچکتر

بنابراین پایه جواب مربوط به ریشه کوچکتر معادله دیفرانسیل به ازای $\lambda=0$ به‌صورت $y=(x-0)^{-2}\sum_{n=0}^{\infty}(x-0)^n$ می‌باشد و با جایگذاری این جواب $y=\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^{n-2}$ در معادله دیفرانسیل به‌دست می‌آید:

$$\xrightarrow{xy''+(3-x)y'-y=0} x\sum_{n=0}^{\infty}a_n(n-2)(n-3)x^{n-4}+(3-x)\sum_{n=0}^{\infty}a_n(n-2)x^{n-3}-\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^{n-2}=0$$

$$\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty}a_n(n-2)(n-3)x^{n-3}+3\sum_{n=0}^{\infty}a_n(n-2)x^{n-3}-\sum_{n=0}^{\infty}a_n(n-2)x^{n-2}-\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^{n-2}=0$$

حال با تبدیل $n-2\to N-3$ یا $n\to N-1$ در سری‌های دوم و سوم به‌دست می‌آید:

$$\sum_{n=0}^{\infty}a_n\{(n-2)(n-3)+3(n-2)\}x^{n-3}+\sum_{N=1}^{\infty}(-a_{N-1}(N-3)x^{N-3}-a_{N-1}x^{N-3})=0$$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty}((n^2-2n)a_n+(2-n)a_{n-1})x^{n-3}=0 \Rightarrow (n^2-2n)a_n=(n-2)a_{n-1} \Rightarrow a_n=\frac{a_{n-1}}{n}\ ;\ n\neq 2$$

این تست مشابه تمرین ۳۶ فصل سوم کتاب معادلات دیفرانسل سری عمومی بوده است.

ضرایب سری پاسخ معادلهٔ دیفرانسیل $(x^2+3)y''-7xy'+16y=0$ حول $x=0$ در کدام گزینه صدق می‌کند؟

۱) $a_{n+2}=-\frac{(n-4)^2}{(n+1)(n+2)}a_n$

۲) $a_{n+2}=-\frac{(n-4)(n-3)}{3(n+1)(n+2)}a_n$

۳) $a_{n+2}=-\frac{(n-4)^2}{3(n+1)(n+2)}a_n$

۴) $a_{n+2}=\frac{(n-4)^2}{3(n+1)(n+2)}a_n$

حل: ابتدا معادله را به فرم استاندارد می‌نویسیم:

$$y'' - \underbrace{\boxed{\frac{7x}{x^2+3}}}_{p(x)} y' + \underbrace{\boxed{\frac{16}{x^2+3}}}_{q(x)} y = 0$$

از آنجاکه $x=0$ برای معادلهٔ فوق یک نقطهٔ عادی است، جواب معادله به‌صورت یک سری توانی به فرم $y=\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ است و برای رسیدن به جواب گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: از این جواب مشتق گرفته و در معادله جایگذاری می‌کنیم:

$$y=\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n \xrightarrow{\text{مشتق}} y'=\sum_{n=0}^{\infty} nc_n x^{n-1} = \underbrace{\boxed{0}}_{n=0} + \sum_{n=1}^{\infty} nc_n x^{n-1}$$

$$\xrightarrow{\text{مشتق}} y''=\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1)c_n x^{n-2} = \underbrace{\boxed{0}}_{n=0} + \underbrace{\boxed{0}}_{n=1} + \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)c_n x^{n-2}$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در معادله}} (x^2+3)\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)c_n x^{n-2} - 7x\sum_{n=1}^{\infty} nc_n x^{n-1} + 16\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)c_n x^n + \sum_{n=2}^{\infty} 3n(n-1)c_n x^{n-2} - \sum_{n=0}^{\infty} 7nc_n x^n + \sum_{n=0}^{\infty} 16c_n x^n = 0$$

گام دوم: با استفاده از قاعدهٔ لغزاندن توان x در سیگمای دوم را با بقیه یکسان می‌کنیم:

$$\Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)c_n x^n + \sum_{n=0}^{\infty} 3(n+2)(n+1)c_{n+2} x^n - \sum_{n=1}^{\infty} 7nc_n x^n + \sum_{n=0}^{\infty} 16c_n x^n = 0$$

گام سوم: با جداسازی بعضی از جملات سری‌ها، اندیس پایین سری‌ها را یکسان می‌کنیم:

$$\Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)c_n x^n + \underbrace{\boxed{3(2)(1)c_2}}_{n=0} + \underbrace{\boxed{3(3)(2)c_3 x}}_{n=1} + \sum_{n=2}^{\infty} 3(n+2)(n+1)c_{n+2} x^n$$

$$-7c_1 x - \sum_{n=2}^{\infty} 7nc_n x^n + 16c_0 + 16c_1 x + \sum_{n=2}^{\infty} 16c_n x^n = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} (n(n-1)c_n + 3(n+2)(n+1)c_{n+2} - 7nc_n + 16c_n)x^n + (18c_3 + 9c_1)x + 6c_2 + 16c_0 = 0$$

بنابراین داریم:

$$\underbrace{\boxed{(n^2-8n+16)}}_{(n-4)^2} c_n + 3(n+2)(n+1)c_{n+2} = 0 \Rightarrow c_{n+2} = \frac{-(n-4)^2}{3(n+2)(n+1)} c_n \quad \text{(گزینهٔ ۳)}$$

۴۵- (۴)

انتگرال را به‌صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\int_0^x e^{x-t}\cdot\frac{\sin t}{t}\,dt \xrightarrow{\text{لاپلاس می‌گیریم}} \mathscr{L}\left(\int_0^x e^{x-t}\cdot\frac{\sin t}{t}\,dt\right)$$

$$= \mathscr{L}\left(e^x * \frac{\sin x}{x}\right) = \mathscr{L}(e^x)\,\mathscr{L}\left(\frac{\sin x}{x}\right) = \frac{1}{s-1}\cdot\int_s^{\infty}\frac{ds}{1+s^2} = \frac{1}{x-1}\cdot \arctan s\Big|_s^{\infty} = \frac{1}{s-1}\underbrace{\boxed{\left(\frac{\pi}{2}-\arctan s\right)}}_{\arctan\frac{1}{s}} = \frac{1}{s-1}\cdot\arctan\frac{1}{s}$$

روش دوم:

$$f(x) = e^x\int_0^x e^{-t}\,\frac{1}{t}\sin t\,dt$$

به‌ترتیب از داخل انتگرال لاپلاس می‌گیریم. داریم:

$$\mathscr{L}\{\sin t\} = \frac{1}{1+s^2} \Rightarrow \mathscr{L}\left\{\frac{1}{t}\sin t\right\} = \int_s^{\infty}\frac{1}{1+s^2}\,dx = \arctan s\Big|_s^{\infty} = \arctan\infty - \arctan s = \frac{\pi}{2} - \arctan s = \arctan\frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow \mathscr{L}\left\{e^{-t}\,\frac{1}{t}\sin t\,dt\right\} = \arctan\frac{1}{s}\Big|_{s\to s+1} = \arctan\frac{1}{s+1} \Rightarrow \mathscr{L}\left\{\int_0^x e^{-t}\,\frac{1}{t}\sin t\,dt\right\} = \frac{1}{s}\arctan\frac{1}{s+1}$$

$$\Rightarrow \mathscr{L}\left\{e^x\int_0^x e^{-t}\,\frac{1}{t}\sin t\,dt\right\} = \left(\frac{1}{s}\arctan\frac{1}{s+1}\right)\Big|_{s\to s-1} = \frac{1}{s-1}\arctan\frac{1}{s}$$

این تست مشابه تمرین ۲۶ فصل چهارم کتاب معادلات دیفرانسیل سری عمومی بوده است. همچنین می‌توان از نتیجه تمرین ۱۷ در حل این سؤال استفاده کرد.

تبدیل لاپلاس $f(x)=2e^x\int_0^x e^{-t}\sin^2 t\,dt$ کدام است؟

۱) $\frac{4}{s(s-1)(s^2+4)}$ ۲) $\frac{4}{s(s+1)(s^2+4)}$ ۳) $\frac{4}{(s-1)(s^2+4)}$ ۴) $\frac{4}{(s+1)(s^2+4)}$

حل: در نگاه اول و با کمی دقت می‌توان فهمید که عبارت داده شده مشابه تعریف کانولوشن دو تابع e^t و $\sin^2 t$ است:

$$f(x)=2e^x\int_0^x e^{-t}\sin^2 t\,dt \xrightarrow{\text{تعریف کانولوشن}} 2e^t * \sin^2 t \xrightarrow[\text{را به داخل انتگرال برد } e^x\ (I)]{\text{انتگرال نسبت به } t \text{ است، پس می‌توان}} 2\int_0^x e^{x-t}\sin^2 t\,dt$$

درادامه برای محاسبهٔ لاپلاس تابع داده شده، ابتدا لاپلاس توابع e^t و $\sin^2 t$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\mathscr{L}(e^t)=\frac{1}{s-1}\ ,\ \mathscr{L}(\sin^2 t)\xlongequal{\text{روابط مثلثاتی}}\mathscr{L}\left(\frac{1-\cos 2t}{2}\right)=\frac{1}{2}\left(\mathscr{L}(1)-\mathscr{L}(\cos 2t)\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{s}-\frac{s}{s^2+4}\right)\qquad (II)$$

بنابراین با استفاده از نتایج (I) و (II) داریم:

$$\mathscr{L}\left(2e^x\int_0^x e^{-t}\sin^2 t\,dt\right)\overset{(I)}{=}2\mathscr{L}(e^t*\sin^2 t)=2\mathscr{L}(e^t)\times\mathscr{L}(\sin^2 t)$$

$$\overset{(II)}{=}2\,\frac{1}{s-1}\times\frac{1}{2}\left(\frac{1}{s}-\frac{s}{s^2+4}\right)\xlongequal{\text{مخرج مشترک}}\frac{s^2+4-s^2}{s(s-1)(s^2+4)}=\frac{4}{s(s-1)(s^2+4)}$$ (گزینهٔ ۱)

تبدیل لاپلاس تابع $f(t)=\frac{\sin t}{t}$ کدام است؟

۱) $-\arctan s$ ۲) $-\arctan\frac{1}{s}$ ۳) $\arctan\frac{1}{s}$ ۴) $\arctan s-\frac{\pi}{2}$

حل: با توجه به مشاهدهٔ t در مخرج $\sin t$، برای محاسبهٔ لاپلاس $f(t)$، از تکنیک پنجم کمک می‌گیریم. برای این منظور ابتدا $\frac{1}{t}$ را حذف کرده و سپس تبدیل لاپلاس عبارت باقی‌مانده را محاسبه می‌کنیم:

$$\mathscr{L}\left(\frac{\sin t}{t}\right)\xrightarrow{\text{حذف } \frac{1}{t}}\mathscr{L}(\sin t)=\frac{1}{s^2+1}$$

در ادامه با انتگرال‌گیری از عبارت به‌دست آمده داریم:

$$\mathscr{L}\left(\frac{\sin t}{t}\right)=\int_s^{+\infty}\underbrace{\frac{1}{u^2+1}}_{\mathscr{L}(\sin t)}du=\tan^{-1}u\Big|_s^{+\infty}$$

$$\Rightarrow\mathscr{L}\left(\frac{\sin t}{t}\right)=\lim_{u\to+\infty}\tan^{-1}u-\tan^{-1}s=\frac{\pi}{2}-\tan^{-1}s=\tan^{-1}\frac{1}{s}=\arctan\frac{1}{s}$$ (گزینهٔ ۳)

سری عمران

مکانیک جامدات

کارشناسی ارشد

و اما مکانیک جامدات:

لازم است در ابتدا بگوییم که طراح سؤالات درس مقاومت مصالح امسال، تست‌های مناسب و معقولی را طرح کرده بود ولی متأسفانه تست‌های ۴۸ و ۵۴ کمی دارای ایراد علمی بود. می‌توان حدس زد که تست‌های این درس تا حدودی باعث افزایش روحیهٔ شما در جلسهٔ آزمون شده است.

در مورد تحلیل‌سازه اگر نخواهیم از انصاف بگذریم، اول باید گفت که با طراح یا طراحان بسیار باهوشی روبرو هستیم که کلک‌ها و نکات تحلیل‌سازه را به خوبی بلد هستند و این موضوع سطح سؤالات این درس را بالا برده است (متوسط رو به سخت). ایرادی که می‌توان از طراحان این درس گرفت آن است که تست‌های طرح شده، برای دانشجویان متوسط و ضعیف، در زمان کنکور قابل حل نمی‌باشد.

کتاب تحلیل‌سازهٔ سری عمران، انصافاً امسال پوشش بسیار خوبی بر روی سؤالات داشت و حل تست‌هایش مهارت شما را برای این آزمون به حد قابل قبول می‌رساند. در مورد درس مقاومت مصالح نیز احتمالاً خودتان راحت می توانید قضاوت کنید!!

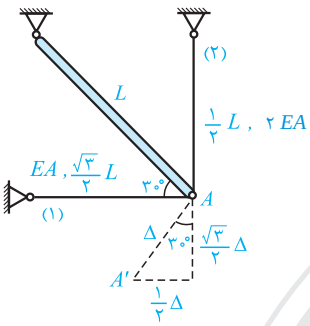
گروه پاسخ دهندگان:

محمد آهنگر، نادر فنائی، حسین صباغیان

تحلیل سازه‌ها و مقاومت مصالح

۴۶- (۴)

با توجه به روش ترسیمی ویلیو، نقطهٔ A پس از بارگذاری به A' می‌رود و داریم:



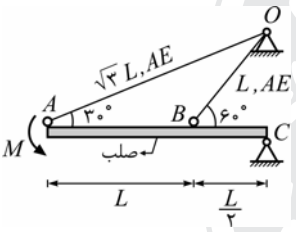
$$\Delta L_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}\Delta \ , \ \Delta L_1 = \frac{1}{2}\Delta$$

$$\Delta L = \frac{FL}{AE} \Rightarrow \frac{\Delta L_2}{\Delta L_1} = \frac{F_2}{F_1}\times\left(\frac{L_2}{L_1}\right)\times\frac{(AE)_1}{(AE)_2}$$

$$\sqrt{3} = \frac{F_2}{F_1}\times\frac{\frac{1}{2}L}{\frac{\sqrt{3}}{2}L}\times\frac{(AE)}{(2AE)} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 6 \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{6}$$

این تست مشابه تست ۱۶ در صفحهٔ ۱۶۳ کتاب سری عمران بوده است.

در سازهٔ زیر نیروی ایجاد شده در میلهٔ OA چند برابر میلهٔ OB می‌باشد؟



۱) $\sqrt{3}$ برابر

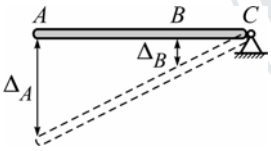
۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ برابر

۳) ۲ برابر

۴) نیروی میله‌ها برابرند.

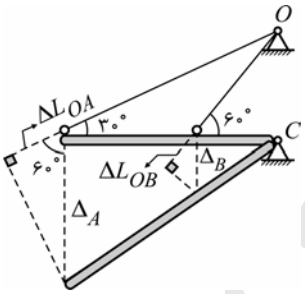
گزینه (۴)

با توجه به بارگذاری وارد بر میلهٔ صلب، این میله به سمت پایین حرکت کرده و داریم:



$$\frac{\Delta_A}{\Delta_B} = \frac{\frac{3L}{2}}{\frac{L}{2}} = 3 \Rightarrow \Delta_A = 3\Delta_B$$

از سوی دیگر رابطهٔ بین تغییر طول دو میله و تغییر مکان نقاط A و B با توجه به تمرین (۲-۱۰) در درس‌نامه عبارت است از:



$$\Delta L_{OA} = \Delta_A \cos 60$$

$$\Delta L_{OB} = \Delta_B \cos 30$$

$$\frac{\Delta L_{OA}}{\Delta L_{OB}} = \frac{\Delta_A}{\Delta_B}\times\frac{\cos 60}{\cos 30} = 3\times\frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$\Delta L = \frac{FL}{AE} \Rightarrow \frac{\Delta L_{OA}}{\Delta L_{OB}} = \frac{F_{OA}}{F_{OB}}\times\frac{L_{OA}}{L_{OB}} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{F_{OA}}{F_{OB}}\times\frac{\sqrt{3}L}{L} \Rightarrow \frac{F_{OA}}{F_{OB}} = 1$$

۴۷- (۲)

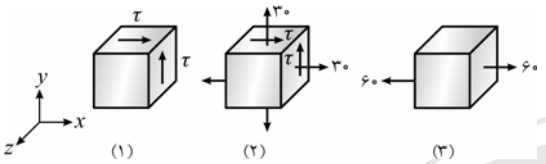
برای مقایسهٔ کرنش حجمی دو المان می‌توان نوشت:

$$\varepsilon_v = \frac{1-2\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

$$\begin{cases} \text{المان (۱)}: \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = 40+40+0 = 80 \\ \text{المان (۲)}: \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = 80+0+0 = 80 \end{cases} \Rightarrow \varepsilon_{v_1} = \varepsilon_{v_2}$$

این تست عیناً نکتهٔ صفحهٔ ۲۵ کتاب مقاومت مصالح سری عمران بوده است.

نکته: تنش‌های برشی در یک المان، تنها زوایای المان را تغییر داده و در المان هیچ‌گونه تغییر طولی در راستای x و y و همچنین تغییر سطح و تغییر حجمی ایجاد نمی‌کنند. با توجه به این موضوع، تغییر حجم المان (۱) برابر صفر و تغییر حجم المان‌های (۲) و (۳) با یکدیگر برابر و مخالف صفر است.



$$\varepsilon_{V_1} = \frac{1-2\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = 0$$

$$\varepsilon_{V_2} = \frac{1-2\nu}{E}(30+30+0) = \frac{60(1-2\nu)}{E}$$

$$\varepsilon_{V_3} = \frac{1-2\nu}{E}(60+0+0) = \frac{60(1-2\nu)}{E}$$

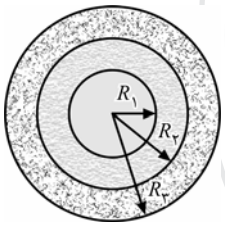
۴۸- (۳)

همانطور که می‌دانیم در اینگونه مثال‌ها، $\tau_{max} \propto \rho G$ می‌باشد. در ادامه با فرض هم‌جنس بودن دو مقطع و یکسان بودن حد جاری شدن (که متأسفانه در سؤال نیامده است)، حالت بهینه زمانی برقرار می‌شود که $\tau_{max_1} = \tau_{max_2}$ باشد و داریم:

$$\tau_{max_1} = \tau_{max_2} \Rightarrow \rho_1 G_1 = \rho_2 G_2 \Rightarrow R_1 G_1 = R_2 G_2 \Rightarrow \frac{R}{2} G_1 = R G_2 \Rightarrow G_1 = 2G_2$$

این تست مشابه تست ۳۷ در صفحهٔ ۲۸۹ کتاب مقاومت مصالح سری عمران بوده است.

در مقطع یکپارچه مقابل که از سه نوع فلز تشکیل شده است، تحت اثر یک لنگر پیچشی، تنش برشی ماکزیمم ایجاد شده در قسمت‌های مختلف مقطع یکسان است. کدام رابطهٔ زیر صحیح می‌باشد؟



۱) $G_1 R_1 = G_2 R_2 = G_3 R_3$

۲) $G_1 R_1^3 = G_2 R_2^3 = G_3 R_3^3$

۳) $\frac{G_1}{R_1} = \frac{G_2}{R_2} = \frac{G_3}{R_3}$

۴) $\frac{G_1}{R_1^3} = \frac{G_2}{R_2^3} = \frac{G_3}{R_3^3}$

گزینه (۱)

با توجه به توضیحات درس‌نامه، تنش برشی متناسب با ρG می‌باشد و با توجه به این‌که تنش برشی ماکزیمم ایجاد شده در هر فلز در دورترین فاصله از مرکز برای آن رخ می‌دهد، داریم:

$$\tau_{max} \propto \rho G \ , \ \tau_{max_1} = \tau_{max_2} = \tau_{max_3} \Rightarrow \rho_{max_1} G_1 = \rho_{max_2} G_2 = \rho_{max_3} G_3$$

$$\Rightarrow R_1 G_1 = R_2 G_2 = R_3 G_3$$

۴۹- (۳)

روش اول: برای محاسبهٔ تغییر طول تار فوقانی با توجه به ثابت بودن لنگر خمشی، کافیست که کرنش تار فوقانی را در طول آن ضرب کنیم:

$$\varepsilon_{top} = \frac{\sigma_{top}}{E} = \frac{(-\frac{My_{max}}{I})}{E} = -\frac{My_{max}}{IE}$$

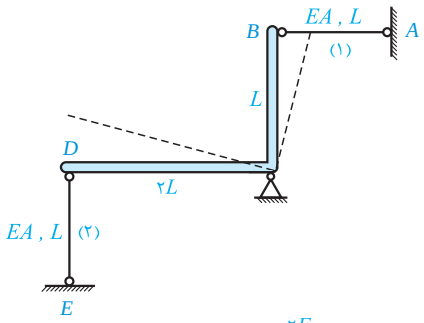
$$\varepsilon = -\frac{PL \times (\frac{\sqrt{2}}{2}a)}{(\frac{a^4}{12}) \times E} = -6\sqrt{2}\frac{PL}{a^3 E}$$

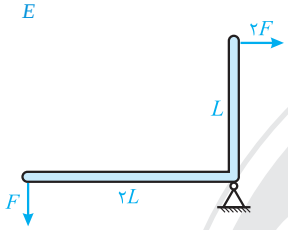
$$\Delta L = -6\sqrt{2}\frac{PL}{a^3 E} \times L = -6\sqrt{2}\frac{PL^2}{Ea^3}$$

روش دوم: می‌توان با کمک رابطهٔ $|\Delta L| = \left|\frac{y}{EI}\int_0^L M dz\right|$ نیز سؤال را حل کرد.

۵۰- (۴)

با توجه به صلب بودن نبشی، دوران آن با توجه به میلهٔ (۱) و میلهٔ (۲) یکسان بوده و با فرض دوران مثبت در جهت ساعتگرد داریم:





$$\theta_1=\theta_2 \Rightarrow \frac{(\frac{F\times L}{AE})}{2L}=\frac{\delta_0-\frac{2F\times L}{AE}}{L} \Rightarrow \frac{5F}{AE}=\frac{2\delta_0}{L} \Rightarrow F=\frac{2}{5}\frac{AE\,\delta_0}{L}$$

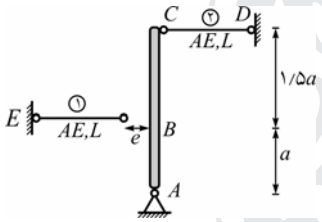
$$\begin{cases} F_{AB}=2F=\frac{4}{5}\frac{AE\,\delta_0}{L} \\ F_{DE}=F=\frac{2}{5}\frac{AE\,\delta_0}{L} \end{cases}$$

این تست مشابه تمرین (۲-۳۲) در صفحهٔ ۱۵۲ کتاب مقاومت مصالح سری عمران بوده است.

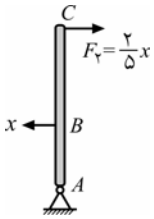
در سازهٔ مقابل، میلهٔ (۱) را به اندازهٔ e کوتاهتر از مقدار واقعی ساخته‌ایم. پس از نصب مجموعه:

الف) نیروی ایجاد شده در میلهٔ (۲) را به‌دست آورید.

ب) تغییر مکان افقی نقطهٔ B را به‌دست آورید.



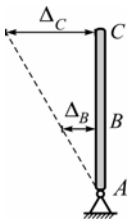
حل:



الف) این سازه یک درجه نامعین بوده و در اثر خطاهای در حین ساخت ایجاد شده، در اعضاء نیروی داخلی ایجاد می‌شود. در صورتی‌که پس از نصب سازه نیروی میلهٔ (۱) را برابر x و به‌صورت کششی فرض کنیم، با لنگرگیری حول A نیروی میلهٔ (۲) برابر $\frac{2}{5}x$ و کششی به‌دست می‌آید:

$$\sum M_A=0 \Rightarrow F_2\times 2/5\,a=x\times a \Rightarrow F_2=\frac{2}{5}x$$

از طرفی با توجه به تغییر شکل فرضی برای جسم صلب، رابطهٔ سازگاری بین تغییر شکل نقاط مختلف جسم صلب عبارت است از:



$$\frac{\Delta_C}{2/5\,a}=\frac{\Delta_B}{a} \Rightarrow \Delta_C=2/5\,\Delta_B$$

دقت شود که برای بررسی تغییر مکان‌ها، حرکت به سمت چپ را مثبت فرض کرده‌ایم. با توجه به این فرض، نیروی کششی میلهٔ (۱) باعث جابه‌جایی B به سمت راست شده و علامت آن منفی است. همچنین خطای ساخت e باعث جابه‌جایی به سمت چپ شده و علامت آن مثبت است.

$$\Delta_B=-\frac{xL}{AE}+e \quad , \quad \Delta_C=\frac{\frac{2}{5}xL}{AE}$$

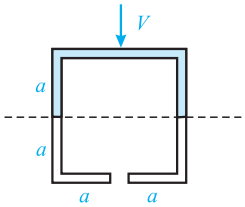
$$\Delta_C=2/5\,\Delta_B \Rightarrow \frac{\frac{2}{5}xL}{AE}=2/5\left[-\frac{xL}{AE}+e\right] \Rightarrow x=\frac{25}{29}\frac{AEe}{L}$$

$$F_2=\frac{2}{5}x=\frac{10}{29}\frac{AEe}{L}$$

دقت شود که با توجه به مثبت به‌دست آمدن x، جهت آن در ابتدای حل صحیح فرض شده است.

۵۱- (۴)

قطعهٔ میانی ممان اینرسی‌اش حول محور افقی صفر بوده و تنش برشی آن نیز صفر است. از طرفی تنش برشی حداکثر در وسط ضلع قائم رخ می‌دهد و برابر است با:



$$I = ۲\times\frac{t(۲a)^۳}{۱۲}+۲\times(۲at)\times a=\frac{۱۶}{۳}ta^۳$$

$$Q_{max}=at\times\frac{a}{۲}+۲at\times a+at\times\frac{a}{۲}=۳a^۲t$$

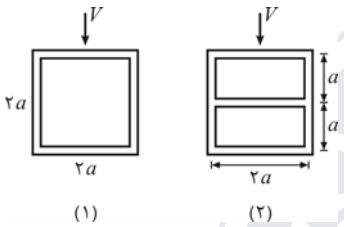
$$\tau_{max}=\frac{VQ_{max}}{I(۲t)}=\frac{V\times(۳a^۲t)}{\frac{۱۶}{۳}ta^۳\times(۲t)}=\frac{۹}{۳۲}\frac{V}{at}$$

این تست مشابه تمرین (۵-۱۴) در صفحهٔ ۴۹۱ کتاب مقاومت مصالح سری عمران بوده است.

در مقطع جدار نازک مقابل، با اضافه کردن عضو افقی میانی، مقطع (۱) را به مقطع (۲) تبدیل کرده‌ایم.

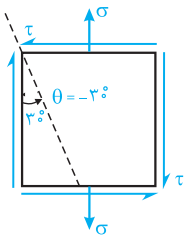
الف) تنش برشی ایجاد شده بر روی عضو اضافه شده چقدر است؟

ب) با این عمل تنش برشی حداکثر در مقطع چند برابر می‌شود؟



۵۲- (۱)

در صفحهٔ $(a-a)$ تنش برشی صفر است و داریم:



$$\tau_\theta=\frac{\sigma_x-\sigma_y}{۲}\sin ۲\theta+\tau_{xy}\cos ۲\theta$$

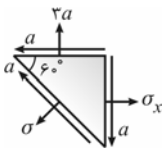
$$\sigma_x=۰\ ,\ \sigma_y=+\sigma\ ,\ \tau_{xy}=+\tau\ ,\ \theta=-۳۰^\circ\ ,\ \tau_\theta=۰$$

$$۰=\frac{۰-\sigma}{۲}\underbrace{\sin(۲\times(-۳۰))}_{(-\frac{\sqrt{۳}}{۲})}+(+\tau)\times\underbrace{\cos(۲\times(-۳۰))}_{(\frac{۱}{۲})}$$

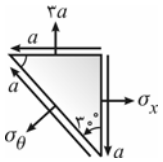
$$\Rightarrow ۰=\frac{\sqrt{۳}}{۴}\sigma+\frac{۱}{۲}\tau\Rightarrow\left|\frac{\tau}{\sigma}\right|=\frac{۲}{\sqrt{۳}}=\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$$

این تست مشابه تمرین ۱-۱۹ در صفحهٔ ۳۱ و تمرین ۱-۲۵ در صفحهٔ ۳۹ کتاب مقاومت مصالح سری عمران بوده است.

در المان تنش مثلثی مقابل با توجه به وضعیت تنش بر روی صفحهٔ مایل، تنش σ_x برحسب a چقدر است؟



حل: در این المان برای رسیدن از محور قائم به صفحهٔ مایل نشان داده شده، به اندازهٔ ۳۰ درجه و در جهت مثلثاتی می‌چرخیم. با توجه به این موضوع و دانستن مقدار τ_θ، مقدار σ_x عبارت است از:

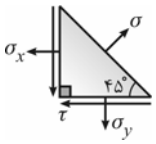


$$\begin{cases}\theta=+۳۰^\circ\\ \tau_{xy}=+a\ \text{(دوران المان در جهت ساعتگرد)}\\ \sigma_y=+۳a\ ,\ \sigma_x=?\\ \tau_\theta=+a\ \text{(دوران المان در جهت ساعتگرد)}\end{cases}$$

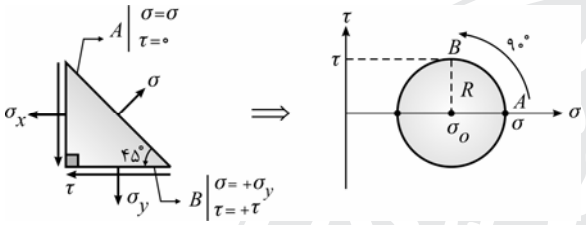
$$\tau_\theta=\frac{\sigma_x-\sigma_y}{۲}\sin ۲\theta+\tau_{xy}\cos ۲\theta$$

$$a=\frac{\sigma_x-۳a}{۲}\sin ۶۰+a\cos ۶۰\ \Rightarrow\ \sigma_x=(۳+\frac{۲}{\sqrt{۳}})a$$

المان تنش در نقطه‌ای از یک سازه، مطابق شکل مقابل است. نسبت $\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ در این المان را به‌دست آورده و رابطهٔ بین σ، σ_y و τ را مشخص کنید.

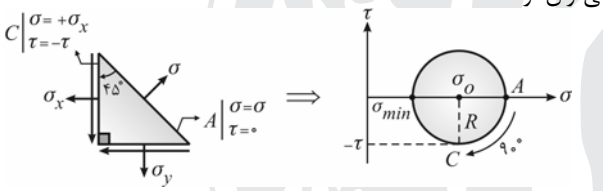


حل: با توجه به صفر بودن تنش برشی بر روی صفحهٔ مایل، این صفحه یک صفحهٔ اصلی محسوب می‌شود که به سادگی می‌توان نشان داد صفحهٔ اصلی ماکزیمم است (به علت این موضوع فکر کنید، این موضوع در انتهای سؤال بررسی شده است). برای رسیدن از صفحهٔ مایل به صفحهٔ افقی، در درون المان ۴۵ درجه و در جهت پادساعتگرد چرخیده و در دایره باید دو برابر آن یعنی ۹۰° و در جهت پادساعتگرد بچرخیم. بنابراین صفحهٔ افقی (B) در بالای دایره قرار دارد و تنش نرمال در آن با مرکز دایره یکسان است، یعنی می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} \sigma_B = \sigma_o \\ \sigma_B = \sigma_y \end{cases} \Rightarrow \sigma_y = \sigma_o$$

از سوی دیگر برای رسیدن از صفحهٔ مایل به صفحه قائم باید ۴۵ درجه و در جهت ساعتگرد چرخیده و در دایره باید دو برابر آن یعنی ۹۰ درجه و در جهت ساعتگرد چرخید. بنابراین صفحهٔ قائم در پایین دایره قرار می‌گیرد و می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} \sigma_C = \sigma_o \\ \sigma_C = \sigma_x \end{cases} \Rightarrow \sigma_x = \sigma_o$$

با توجه به موارد اشاره شده، $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_o$ می‌باشد. از سوی دیگر، با توجه به این که اگر به اندازهٔ R به σ_o بیفزاییم به σ_{max} می‌رسیم و با توجه به این که صفحات B و C، صفحات تنش برشی ماکزیمم هستند می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \sigma_{max} = \sigma \\ \sigma_o = \sigma_x = \sigma_y \\ \tau_{max} = R = \tau \end{cases} \Rightarrow \sigma_{max} = \sigma_o + \tau_{max} \Rightarrow \sigma = \sigma_y + \tau$$

۵۳- (۳)

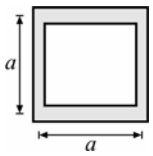
لنگر به نسبت EI پخش شده و با فرض هم‌جنس بودن حلقه و مربع داریم:

$$I = I_{\text{حلقه}} + I_{\text{لوزی}} = \pi R^۳ t + \frac{(\sqrt{۲}R)^۴}{۱۲} = \pi R^۳ \times \overset{t}{\boxed{\frac{R}{۹}}} + \frac{۱}{۳}R^۴ \xrightarrow{\pi \simeq ۳} I = \frac{۱}{۳}R^۴ + \frac{۱}{۴۸}R^۴$$

$$M_{\text{حلقه}} = \frac{I_{\text{حلقه}}}{I} \times M = \frac{\frac{۱}{۳}R^۴}{\frac{۱}{۳}R^۴ + \frac{۱}{۳}R^۴} \times M = \frac{۱}{۲}M$$

این تست مشابه با تست ۹۷ در صفحهٔ ۴۱۳ از کتاب مقاومت مصالح سری عمران بوده است.

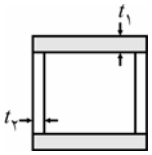
شکل داده شده، مقطع تیری است که جداره‌های افقی به ضخامت $t_۱$ و جدارهای قائم با ضخامت $t_۲$ می‌باشند و $t_۱$ و $t_۲$ بسیار کم هستند. نسبت $\frac{t_۲}{t_۱}$ چقدر باشد تا نصف لنگر خمشی در جدارهای قائم و نصف آن در جداره‌های افقی قرار گیرد؟



۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

گزینه (۲)

با توجه به درس‌نامه لنگر خمشی وارد بر مقطع، به نسبت صلبیت خمشی بین قسمت‌های مختلف مقطع توزیع می‌شود. با توجه به ثابت بودن مدول یانگ (E) داریم:



$$\frac{M_2}{M_1}=\frac{I_2}{I_1}=\frac{2\times\frac{t_2 a^3}{12}}{2\times(t_1 a)\times(\frac{a}{2})^2}=1 \Rightarrow \frac{t_2}{t_1}=3$$

۵۴- (۴)

سهم جدارهٔ AB عبارت است از:

$$\tau_{AB}=\frac{T}{2A_m\times 2/5}\Rightarrow F_{AB}=\tau_{AB}\times A_{AB}=\frac{T}{2\times(a\times 2a)\times 2/5t}\times(2a\times 2/5t)$$

$$\text{فاصله مرکز سطح از } AB:\ \bar{x}=\frac{2at\times\frac{a}{2}+2at\times\frac{a}{2}+2a\times 3t\times a}{2a\times 2/5t_0+2\times 2at+2a\times 3t}=\frac{8}{13}a$$

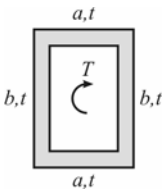
$$F_{AB}=\frac{T}{2a}\Rightarrow T_{AB}=F_{AB}\times AB\ \text{فاصله از}=F_{AB}\times\frac{8}{13a}=\frac{4}{13}T \Rightarrow$$ تقریباً ۳۰ درصد لنگر را AB تحمل می‌کند.

این تست مشابه با تمرین (۳-۱۵) در کتاب مقاومت مصالح سری عمران بوده است. هر چند که مورد پرسیده شده در این تست، دارای ایراد علمی است.

در مقطع مستطیل جدار نازک مقابل که تحت اثر لنگر پیچشی T قرار دارد:

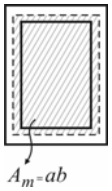
الف) نیروی برشی ایجاد شده در هر یک از وجه‌های قائم را به دست آورید.

ب) چه سهمی از لنگر پیچشی در جداره‌های قائم مقطع تحمل می‌شود؟



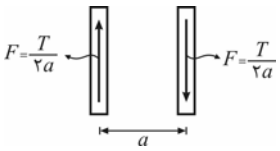
حل:

الف) برای محاسبهٔ نیروی تحمل شده در هر یک از جداره‌های قائم، کافیست جریان برش را در طول جدارهٔ قائم ضرب کنیم:



$$F_{\text{قائم}}=q\times b=\frac{T}{2A_m}\times b=\frac{T}{2(ab)}\times b=\frac{T}{2a}$$

ب) برای محاسبهٔ سهم لنگر پیچشی تحمل شده توسط جداره‌های قائم مقطع، کافیست نیروی ایجاد شده در وجه‌های قائم را در بازوی آن ضرب کنیم:

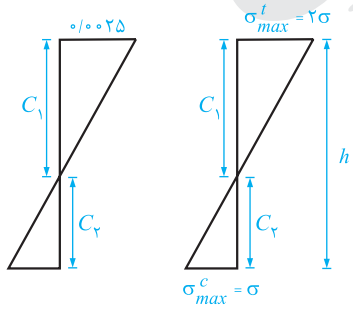


$$\Rightarrow T_{\text{قائم}}=F\times a=\frac{T}{2a}\times a=\frac{T}{2}$$

بنابراین نیمی از لنگر پیچشی در جداره‌های قائم و نیمی از آن در جداره‌های افقی تحمل می‌شود.

۵۵- (۲)

برای آنکه مقطع بهینه باشد باید $\sigma^t_{max}=2\sigma^c_{max}$ باشد و داریم:



$$\text{تشابه}:\ c_1=\frac{2}{3}h\ ,\ c_2=\frac{1}{3}h$$

$$\varepsilon^t_{max}=\frac{y^t_{max}}{\rho}\Rightarrow 0/0025=\frac{(\frac{2}{3}h)}{100}\Rightarrow h=\frac{300\times 0/0025}{2}m=0/375\ m$$

$$h=37/5\ cm$$

این تست برگرفته از تست‌های ۱۰۶ در صفحهٔ ۴۱۵ کتاب مقاومت مصالح سری عمران و ۲۹ در صفحهٔ ۴۰۱ کتاب مقاومت مصالح سری عمران است.

در بالا و پایین مقطع یک تیر، مقادیر کرنش‌ها برابر ۰/۰۰۲ و ۰/۰۰۳ می‌باشد. اگر عمق مقطع برابر ۳۰۰ میلی‌متر باشد، شعاع انحنای آن چقدر است؟

۱) ۴۰ متر ۲) ۵۰ متر ۳) ۶۰ متر ۴) ۷۵ متر

(۳)

از رابطهٔ $\varepsilon = -\frac{y}{\rho}$ استفاده می‌کنیم. در حالت کلی داریم:

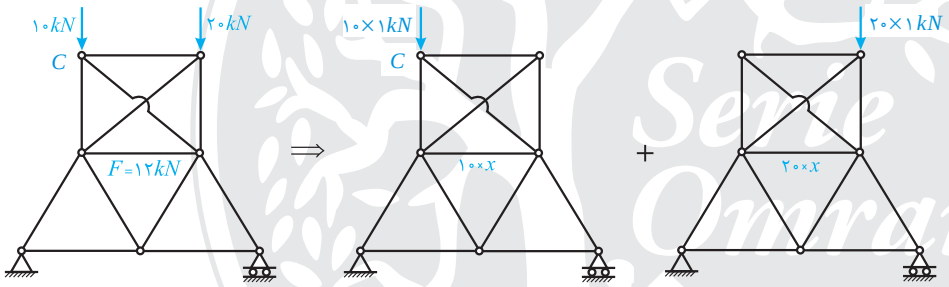
$$\text{عمق مقطع} = y_A - y_B = ۳۰۰\,mm = ۰/۳\,m$$

$$\varepsilon_B - \varepsilon_A = -\frac{y_B - y_A}{\rho} = \frac{y_A - y_B}{\rho} \Rightarrow ۰/۰۰۳ - (-۰/۰۰۲) = ۰/۰۰۵ = \frac{۰/۳}{\rho} \Rightarrow \rho = ۶۰\,m$$

تذکر: با توجه به این که کرنش‌ها مربوط به بالا و پایین مقطع هستند، با فرض این‌که به همراه لنگر خمشی، نیروی محوری بر مقطع اثر نکرده است، کرنش‌ها در بالا و پایین مقطع مختلف‌العلامت می‌باشند.

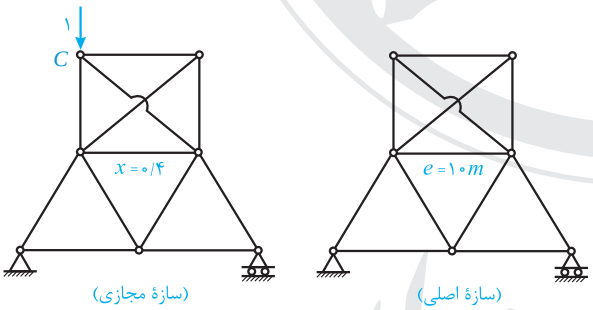
۵۶- (۲)

اگر تحت بار واحد $F = ۱$ در C نیروی AB را x فرض کنیم، تحت نیروی $F = ۱$ در D نیز نیروی آن برابر x بوده و داریم:



بنابراین تحت $F = ۱$ در C، نیروی AB برابر ۰/۴ است. $۳۰x = ۱۲ \Rightarrow x = \frac{۱۲}{۳۰} = ۰/۴ \Rightarrow$

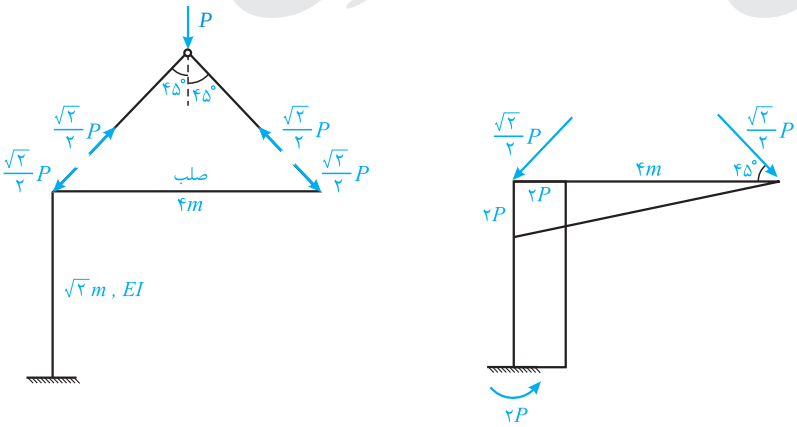
حال با روش کار مجازی داریم:



$$۱ \times \Delta_{y_C} = \bar{F} \times e$$
$$۱ \times \Delta_{y_C} = ۰/۴ \times ۱$$
$$\Delta_{y_C} = ۰/۴\,cm$$

۵۷- (۳)

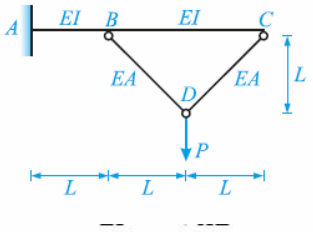
برای محاسبهٔ تغییر مکان قائم (A)، از روش کار مجازی استفاده می‌کنیم (سازهٔ مجازی، همان سازهٔ اصلی با فرض $P = ۱$ است):



$$1\times\Delta_{y_A}=\sum\int\frac{M\bar{M}}{EI}dx+\sum\frac{F\bar{F}L}{AE}$$

$$\Delta_{y_A}=\frac{2P\times2\times\sqrt{2}}{EI}+2\times\frac{(-\frac{\sqrt{2}}{2}P)(-\frac{\sqrt{2}}{2})\times2\sqrt{2}}{AE}=\frac{4\sqrt{2}P}{EI}+2\sqrt{2}\frac{P}{AE}$$

این تست مشابه تست ۲۹ در صفحهٔ ۲۲۲ از جلد اول کتاب تحلیل‌سازهٔ سری عمران بوده است.



تغییر مکان قائم نقطه D در سازه مقابل کدام است؟ $(AE=\frac{EI}{\sqrt{2}L^2})$

۱) $\frac{4PL^3}{EI}$

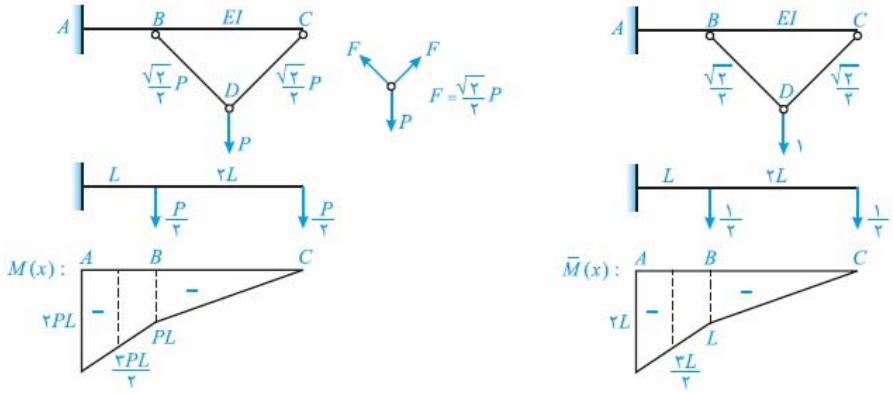
۲) $\frac{5PL^3}{EI}$

۳) $\frac{3PL^3}{EI}$

۴) $\frac{2PL^3}{EI}$

۲۹- (۲)

با وارد کردن یک بار واحد قائم در نقطهٔ D در تیر ABC با توجه به معرفی EI، دیاگرام لنگر را رسم می‌کنیم و در اعضای BD و CD با توجه به معرفی AE، نیروی داخلی محوری را به دست می‌آوریم.

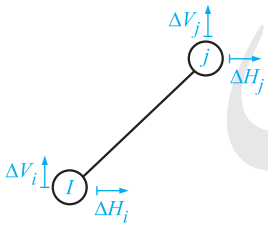


$$\Delta_D=\int\frac{M\bar{M}}{EI}dx+\sum\frac{N\bar{N}L}{AE}$$

$$\Delta_D=[\frac{1}{EI}\times\frac{L}{6}\times(2PL\times2L+4\times\frac{3PL}{2}\times\frac{3L}{2}+PL\times L)+\frac{1}{EI}(\frac{PL\times L\times2L}{3})]+2\times[\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}P\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{2}L}{AE}]$$

$$\Delta_D=\frac{3PL^3}{EI}+\frac{\sqrt{2}PL}{AE}=\frac{3PL^3}{EI}+\frac{\sqrt{2}PL}{\frac{EI}{\sqrt{2}L^2}}=\frac{5PL^3}{EI}$$

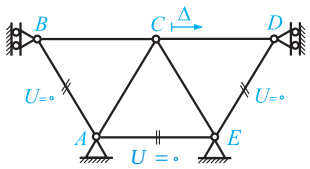
۵۸- (۱)



نکته: انرژی کرنشی خرپا در شکل مقابل با توجه به تغییر مکان‌های نشان داده شده برابر است با:

$$U_{ij}=\frac{AE}{2L}[(\Delta H_j-\Delta H_i)\cos\theta+(\Delta V_j-\Delta V_i)\sin\theta)]^2$$ (θ زاویه با افق است)

اگر مفصل C به اندازهٔ Δ افقی و به سمت راست حرکت کند داریم:



$$U_{BC}=\frac{AE}{۲L}[(\Delta-۰)\cos ۰+(\Delta V_j-\Delta V_i)\sin ۰]^۲=\frac{AE}{۲L}\times\Delta^۲$$

$$U_{CD}=\frac{AE}{۲L}\Delta^۲$$

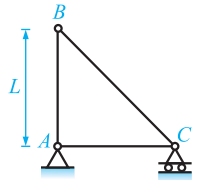
$$U_{CA}=\frac{AE}{۲L}[(\Delta-۰)\cos ۶۰+(۰-۰)\sin ۶۰]^۲=\frac{۱}{۸}\frac{AE}{L}\Delta^۲$$

$$U_{CE}=\frac{۱}{۸}\frac{AE}{L}\Delta^۲$$

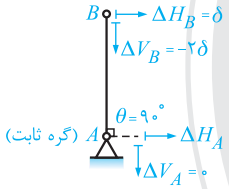
$$U=۲\times(\frac{AE}{۲L}\Delta^۲)+۲\times(\frac{۱}{۸}\frac{AE}{L}\Delta^۲)=\frac{۵}{۴}\frac{AE}{L}\Delta^۲$$

این تست مشابه تمرین (۱-۱) در صفحهٔ ۳۲۰ جلد دوم کتاب تحلیل سازهٔ سری عمران بوده است.

تمرین ۱-۱: در اثر نوعی بارگذاری از جنس نیرو بر روی گره‌های خرپای مقابل، گرهٔ B به اندازهٔ δ به سمت راست و ۲δ به سمت پایین جابه‌جا شده است و گرهٔ C نیز به مقدار ۳δ به سمت چپ جابه‌جا شده است. انرژی کرنشی ذخیره شده در اعضاء AB و BC را به‌دست آورید. (صلبیت محوری عضو BC، $\sqrt{۲}AE$ و بقیه اعضاء AE فرض شود.)

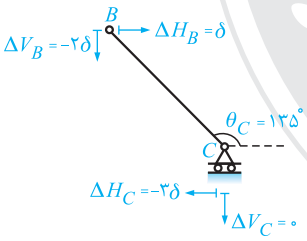


حل: برای محاسبهٔ انرژی کرنشی اعضاء AB و BC، با توجه به تغییر مکان گره‌های عضو که در صورت سؤال داده شده است، انرژی کرنشی در هر یک از اعضاء خرپا را محاسبه می‌کنیم (به شکل‌های رسم شده دقت کنید):



$$AB:\theta=۹۰\ ,\ \Delta H_B=\delta\ ,\ \Delta V_B=-۲\delta\ ,\ \Delta H_A=\Delta V_A=۰\ \text{(گره A ثابت است)}$$

$$U_{AB}=\frac{AE}{۲L}[(\delta-۰)\cos ۹۰+(-۲\delta-۰)\sin ۹۰]^۲=\frac{۲AE\delta^۲}{L}$$



$$BC:\theta=۱۳۵^\circ\ ,\ \Delta H_C=-۳\delta\ ,\ \Delta V_C=۰\ ,\ \Delta H_B=\delta\ ,\ \Delta V_B=-۲\delta$$

$$U_{BC}=\frac{\sqrt{۲}AE}{۲\sqrt{۲}L}[(-۳\delta-\delta)\cos ۱۳۵+(۰+۲\delta)\sin ۱۳۵]^۲=\frac{۹AE\delta^۲}{L}$$

۵۹- (۳)

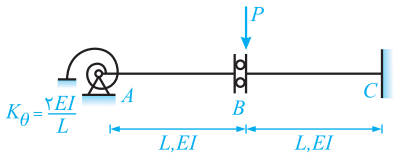
کافیست دوران سمت چپ و راست B را (با فرض مثبت بودن دوران ساعتگرد) برابر قرار دهیم:

$$(\theta_L)_B=(\theta_R)_B\Rightarrow ۰/۰۰۵-\frac{M\times L}{EI}=\frac{M\times ۲L}{EI}\Rightarrow M=\frac{EI\times ۰/۰۰۵}{۳L}=\frac{۱۲۰۰\times ۰/۰۰۵}{۳\times ۱}=۲ton.m$$

BC تعادل $\Rightarrow M_C=M=۲ton.m$

این تست مشابه با تمرین‌های (۱۲-۹) و (۲۰-۹) صفحهٔ ۱۰۳ از جلد دوم کتاب تحلیل سازهٔ سری عمران بوده است.

در سازهٔ مقابل، مطلوبست:

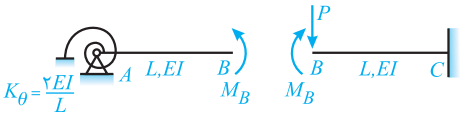


الف) لنگر ایجاد شده در فنر.

ب) انرژی کرنشی ذخیره شده در سازه.

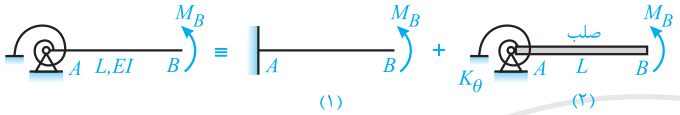
حل:

الف) سازه از اتصال دو جسم به تنهایی پایدار (AB و BC) توسط یک مفصل برشی تشکیل شده و لذا سازهٔ آزاد شده و معادلهٔ سازگاری مناسب برای آن به صورت زیر می‌باشد:



معادلهٔ سازگاری: $\theta_B^L=\theta_B^R$

برای محاسبهٔ θ_B^L در قطعهٔ AB مانند فصل (۹)، آن را به صورت مجموع دو سازهٔ زیر درنظر می‌گیریم:



$$\theta_{B_1}=-\frac{M_BL}{EI}\qquad \theta_{B_2}=\theta_{\text{فنر}}=-\frac{M_{\text{فنر}}}{K_\theta}=-\frac{M_B}{\frac{2EI}{L}}$$

$$\theta_B^L=-\frac{M_BL}{EI}-\frac{M_B}{\frac{2EI}{L}}\ ,\ \theta_{B_R}=\frac{M_BL}{EI}-\frac{PL^2}{2EI}$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در رابطهٔ سازگاری}}\ -\frac{M_BL}{EI}-\frac{M_B}{\frac{2EI}{L}}=-\frac{PL^2}{2EI}+\frac{M_BL}{EI}\ \Rightarrow\ M_B=\frac{PL}{5}\ \Rightarrow\ M_{\text{فنر}}=\frac{PL}{5}$$

دقت شود که با توجه به جهت مثبت نشان داده شده، θ در جهت ساعتگرد مثبت و در جهت پادساعتگرد منفی درنظر گرفته شده است.

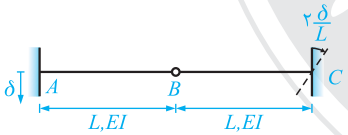
ب) با توجه به این که تنها یک نیروی متمرکز بر سازه اثر کرده است، انرژی کرنشی در سازه به صورت زیر ساده‌تر محاسبه می‌شود.

$$U=\frac{1}{2}P\times(\text{تغییر مکان در راستای نیرو})=\frac{1}{2}\times P\times\Delta_B^R$$

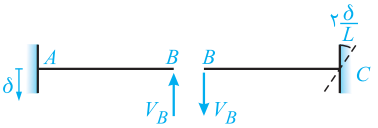
بنابراین برای حل قسمت ب، کافی است جابه‌جایی سمت راست مفصل برشی را به‌دست آوریم:

$$\downarrow\Delta_B^R=\frac{PL^3}{3EI}-\frac{M_BL^2}{2EI}=\frac{PL^3}{3EI}-\frac{PL^3}{10EI}=\frac{7PL^3}{30EI}\ \Rightarrow\ U=\frac{1}{2}\times P\times\frac{7PL^3}{30EI}=\frac{7P^2L^3}{60EI}$$

در اثر نشست تکیه‌گاه‌های A و C مطابق شکل، جابه‌جایی مفصل B چقدر است؟

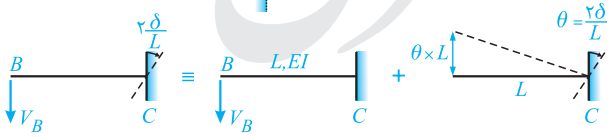


حل: با اندکی دقت ملاحظه می‌شود که سازهٔ نامعین نشان داده شده از اتصال دو قطعهٔ کنسولی، توسط یک مفصل خمشی تشکیل شده و یک درجه نامعین است. برای حل ابتدا سازهٔ آزاد شده و معادلهٔ سازگاری را برای آن به صورت زیر درنظر می‌گیریم:



معادلهٔ سازگاری: $\downarrow\Delta_B^L=\downarrow\Delta_B^R$

$$\Longrightarrow\downarrow\Delta_B^L=\delta-\frac{V_BL^3}{3EI}$$



$$\Longrightarrow\downarrow\Delta_B^R=\frac{V_BL^3}{3EI}-\frac{2\delta}{L}\times L$$

در ادامه با جایگذاری مقادیر Δ_B^L و Δ_B^R در رابطهٔ سازگاری داریم:

$$\Delta_B^L=\Delta_B^R\ \Rightarrow\ \delta-\frac{V_BL^3}{3EI}=\frac{V_BL^3}{3EI}-\frac{2\delta}{L}\times L\ \Rightarrow\ V_B=\frac{9EI\delta}{2L^3}$$

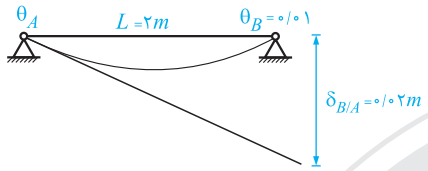
در ادامه برای محاسبهٔ Δ_B در تیر با کمک گرفتن از قطعهٔ سمت چپ و یا سمت راست می‌توان نوشت:

$$\downarrow \Delta_B = \delta - \frac{V_B L^3}{3EI} = \delta - \frac{\frac{9EI\delta}{2L^3}\times L^3}{3EI} = -\frac{\delta}{2}$$

نقطهٔ B به سمت بالا جابه‌جا می‌شود.

۶۰- (۲)

روش اول: دوران نقطهٔ A برابر است با:



$$|\theta_A| = \frac{\delta_{B/A}}{L} = \frac{0/02}{2} = 0/01$$

قضیهٔ اول لنگر سطح : $\theta_B - \theta_A = \int \frac{M}{EI}dx \Rightarrow 0/02 = \frac{\int M\,dx}{EI}$

$$\Rightarrow \int M\,dx = 0/02EI \Rightarrow \int M\,dx = 0/02\times 10^3 = 20\,ton.m^2$$

دقت شود که θ_B و θ_A علامتشان قرینهٔ هم است و تفاضلشان صفر نمی‌شود.

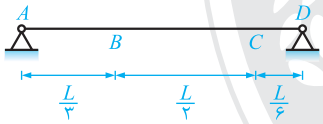
روش دوم:

$$\delta_{A/B} = \theta_B \times L = 0/01\times L = 0/02\ m$$

$$\delta_{A/B} + \delta_{B/A} = \int \frac{M}{EI}dx \times L \Rightarrow 0/02 + 0/02 = \frac{\int M\,dx}{EI}\times 2 \Rightarrow \int M\,dx = 0/02\,EI = 20\,ton.m^2$$

این تست مشابه با تمرین (۸-۹) در صفحهٔ ۲۹۱ از جلد اول کتاب تحلیل سازهٔ سری عمران بوده است.

تمرین ۸-۹: در اثر یک بارگذاری روی تیر زیر، مقادیر $t_{B/C}$ و $t_{C/B}$ به‌ترتیب برابر با $\frac{PL^3}{2EI}$ و $\frac{PL^3}{3EI}$ شده است. اختلاف شیب بین نقاط B و C کدام است؟



۱) $\frac{5PL^2}{6EI}$

۲) $\frac{5PL^2}{3EI}$

۳) $\frac{5PL^2}{12EI}$

۴) $\frac{PL^3}{3EI}$

حل: با استفاده از نکات اشاره شده داریم:

$$t_{B/C} + t_{C/B} = A_m \times L_{BC} \Rightarrow \frac{PL^3}{2EI} + \frac{PL^3}{3EI} = A_m \times \frac{L}{2} \Rightarrow A_m = \frac{5PL^2}{3EI}$$

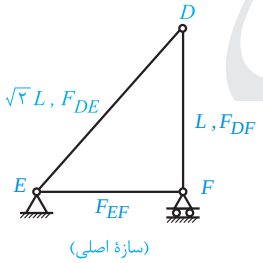
A_m سطح زیر دیاگرام $\frac{M}{EI}$ بین نقاط B و C بوده و معادل اختلاف شیب بین نقاط B و C می‌باشد.

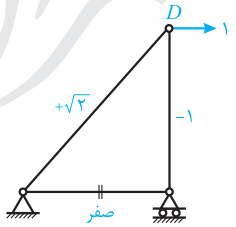
$$\theta_{B/C} = \theta_B - \theta_C = A_m = \frac{5PL^2}{3EI}$$

بنابراین گزینهٔ (۲) صحیح است.

۶۱- (۴)

برای محاسبهٔ تغییر مکان افقی D، قسمت معین و پایدار DEF را با نیروهای فرض شده از خرپا جدا می‌کنیم:





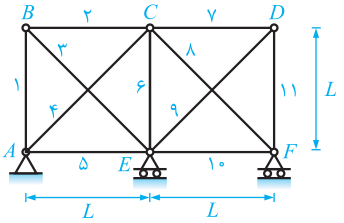
$$1\times \Delta_{D_x} = \sum \frac{F\bar{F}L}{AE}$$

$$1\times \Delta_{D_x} = \frac{F_{DE}\times(+\sqrt{2})\times\sqrt{2}L}{AE} + \frac{F_{DF}\times(-1)\times L}{AE}$$

(صورت‌سؤال) $\Delta_{D_x} = 0 \Rightarrow 2F_{DE} - F_{DF} = 0 \Rightarrow \frac{F_{DF}}{F_{DE}} = 2$

این تست مشابه تست ۱۰ در صفحهٔ ۳۶۶ از جلد دوم کتاب تحلیل سازهٔ سری عمران بوده است.

عضو شمارهٔ i خرپای مطابق شکل تحت اثر بارگذاری خارجی، دارای نیروی محوری N_i است. تغییر مکان افقی نقطهٔ C چقدر است؟ (شمارهٔ اعضا روی شکل نمایش داده شده است.) EA تمام اعضاء یکسان است.



۱) $(N_5+N_7-2N_9-N_{11})\dfrac{L}{EA}$

۲) $(N_5+N_7+2N_9-N_{11})\dfrac{L}{EA}$

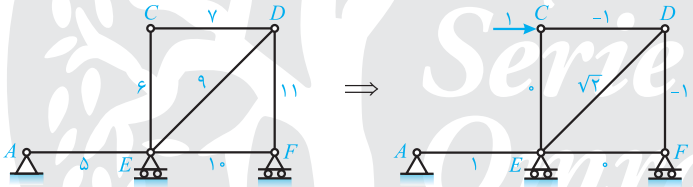
۳) $(N_5-N_7-2N_9+N_{11})\dfrac{L}{EA}$

۴) $(N_5-N_7+2N_9-N_{11})\dfrac{L}{EA}$

گزینه (۴)

خرپا نامعین بوده و تحت اثر بارگذاری روی آن نیروی اعضاء خرپا مشخص می‌باشد. برای محاسبهٔ تغییر مکان نقطه‌ای دلخواه از خرپا کافی است بخشی پایدار و معین را از خرپا جدا نموده و با استفاده از روش کار مجازی، جابه‌جایی نقطهٔ موردنظر را محاسبه کنیم. دقت شود برای انتخاب بخشی پایدار و معین از خرپا حتماً باید به گزینه‌های سؤال توجه کرد چرا که به شکل‌های متفاوتی می‌توان بخشی معین و پایدار را از خرپا جدا کرد. بنابراین بخشی پایدار و معین از خرپا را طوری انتخاب می‌کنیم که اعضای ۵، ۷، ۹ و ۱۱ در آن موجود باشند.

: بخش پایدار معین انتخابی

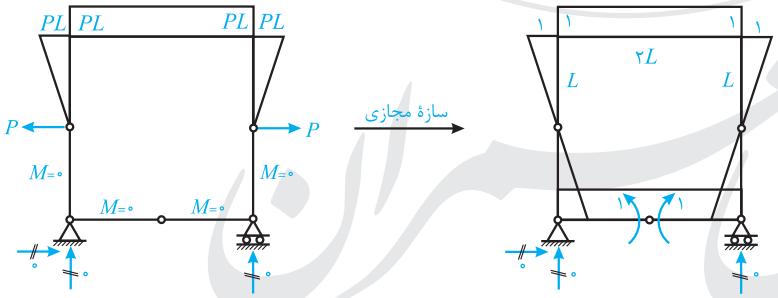


$$\Delta_{C_x}=\sum\frac{F\bar{F}L}{AE}=\frac{N_5\times1\times L}{AE}+\frac{N_7\times(-1)\times L}{AE}+\frac{N_9\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\,L}{AE}+\frac{N_{11}\times(-1)\times L}{AE}$$

$$\Delta_{C_x}=\frac{L}{AE}(N_5-N_7+2N_9-N_{11})$$

۶۲- (۱)

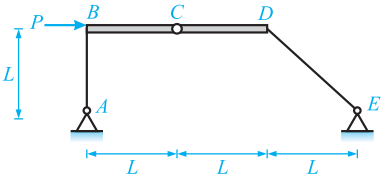
برای محاسبهٔ اختلاف شیب در سمت چپ و راست مفصل G، از روش کار مجازی استفاده می‌کنیم:



$$1\times\Delta\theta_{L,R}=\frac{1\times PL\times 2L}{EI}+2\times\frac{1}{3}\times\frac{PL\times1\times L}{EI}\Rightarrow\Delta\theta_{L,R}=\frac{8}{3}\frac{PL^2}{EI}$$

این تست مشابه تمرین (۶-۹) در صفحهٔ ۲۰۷ جلد اول کتاب تحلیل سازهٔ سری عمران است.

تمرین ۶-۹: در قاب مقابل، اختلاف دوران در محل مفصل خمشی C ($\Delta\theta_C$) کدام است؟ (اعضاء BC و CD صلب و سایر اعضاء دارای صلبیت خمشی EI می‌باشند)



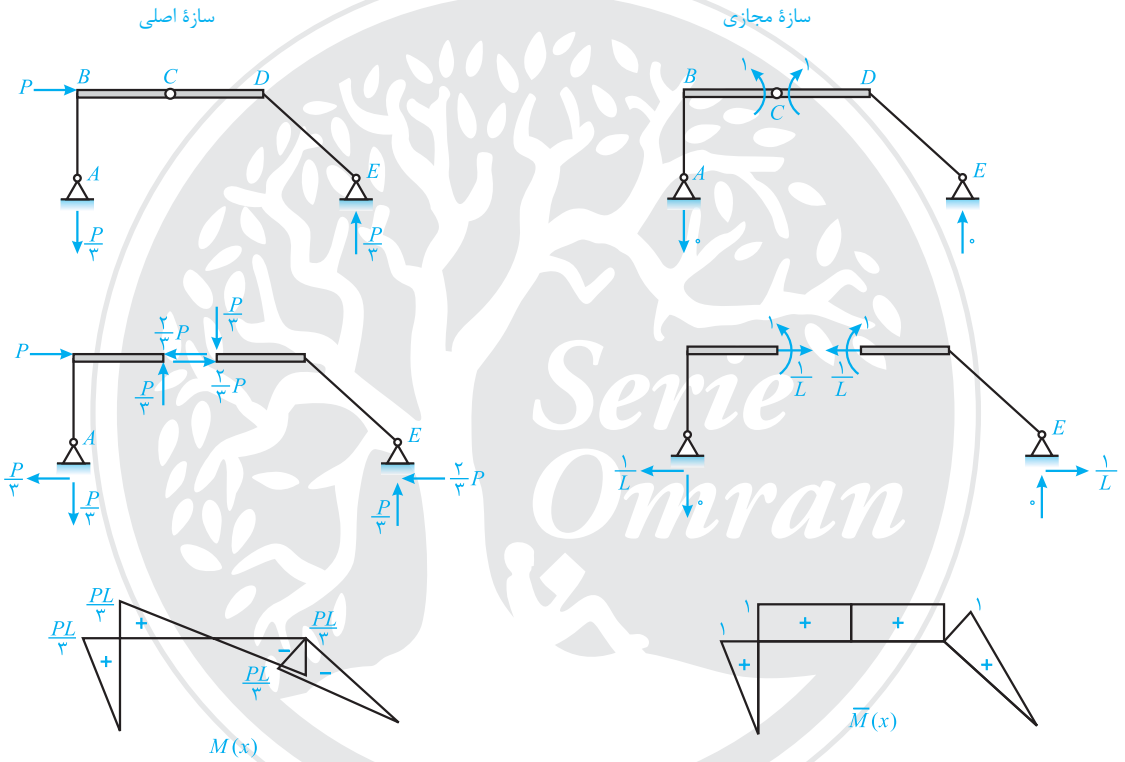
۱) $\frac{\sqrt{2}}{3}\frac{PL^2}{EI}$

۲) $(\frac{\sqrt{2}+1}{9})\frac{PL^2}{EI}$

۳) $(\frac{\sqrt{2}-1}{9})\frac{PL^2}{EI}$

۴) $\frac{PL^2}{3EI}$

حل: با اعمال دو لنگر واحد و مختلف‌الجهت در طرفین مفصل خمشی C مطابق شکل زیر، اختلاف دوران در طرفین مفصل C را محاسبه می‌کنیم. دقت شود که برای رسم دیاگرام، دو قطعه را باید از نقطهٔ C باز کرد:



$$\Delta\theta_C = \int_A^B \frac{M\bar{M}}{EI}dx + \int_D^E \frac{M\bar{M}}{EI}dx = \frac{1}{EI}[\frac{\frac{PL}{3}\times 1\times L}{3}] + \frac{1}{EI}[-\frac{\frac{PL}{3}\times 1\times\sqrt{2}L}{3}]$$

$$\Delta\theta_C = \frac{PL^2}{9EI} - \frac{\sqrt{2}PL^2}{9EI} = (\frac{1-\sqrt{2}}{9})\times\frac{PL^2}{EI}$$

قدرمطلق $\Delta\theta_C$ برابر $\frac{\sqrt{2}-1}{9}\frac{PL^2}{EI}$ بوده و در نتیجه گزینهٔ (۳) صحیح است.

۶۳- (۱)

سؤال زیرکانه‌ای است، تغییر مکان قائم D به فرم کلی زیر است:

$$\underbrace{\Delta_{y_D}}_{\text{۸ برابر}} = \underbrace{\alpha\frac{PR^3}{EI}}_{\text{۸ برابر}} + \beta\frac{FL}{\underbrace{AE}_{\frac{1}{4}\text{ برابر}}}$$

ترم اول هشت برابر می‌شود. $\Rightarrow R_2 = 2R_1 \Rightarrow$ شعاع دایره ۱۰۰ درصد افزایش

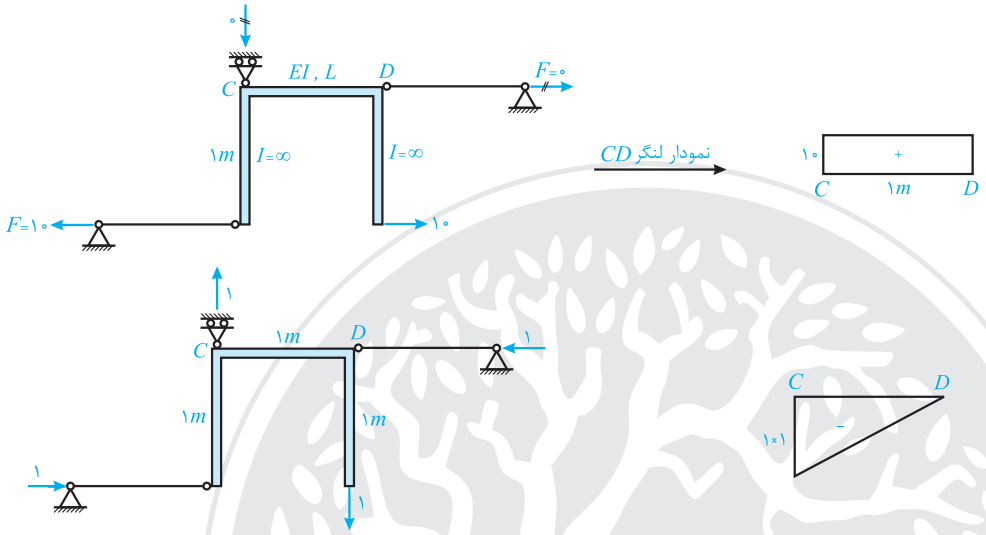
طول L باید ۲ برابر شود. $\Rightarrow A_2 = \frac{1}{4}A_1 \Rightarrow$ ابعاد مربع ۵۰ درصد کاهش

دقت شود که اگر ابعاد قطعهٔ خمشی به‌طور متناسب تغییر کند، ضرایب α و β تغییر نمی‌کند و نیروهای P و F نیز ثابت است.

تذکر: برخی از دانشجویان با بی‌دقتی تمام تصور می‌کنند که مساحت مقطع مربع ۵۰٪ کاهش یافته است ($\frac{1}{2}$ برابر شده است) و به اشتباه می‌گویند که طول چهار برابر می‌شود.

۶۴- (۳)

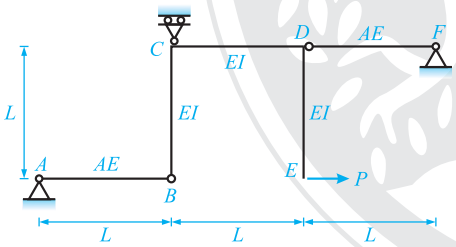
از روش کار مجازی استفاده می‌کنیم:



$$1\times\Delta_{y_F}=\int\frac{M\bar{M}}{EI}dx+\sum\frac{F\bar{F}L}{AE}\Rightarrow\Delta_{y_F}=-\frac{1}{2}\times\frac{10\times1\times1}{EI}-\frac{10\times(-1)\times1}{AE}=-\frac{5}{EI}-\frac{10}{AE}\Rightarrow|\Delta y_F|=\frac{5}{EI}+\frac{10}{AE}$$

این تست مشابه تست ۵۳ در صفحهٔ ۲۲۵ از جلد اول کتاب تحلیل سازهٔ سری عمران بوده است.

جابه‌جایی قائم گره E در قاب زیر کدام است؟ $\left(AE=\frac{6EI}{L^2}\right)$



۱) $\frac{PL^3}{6EI}$

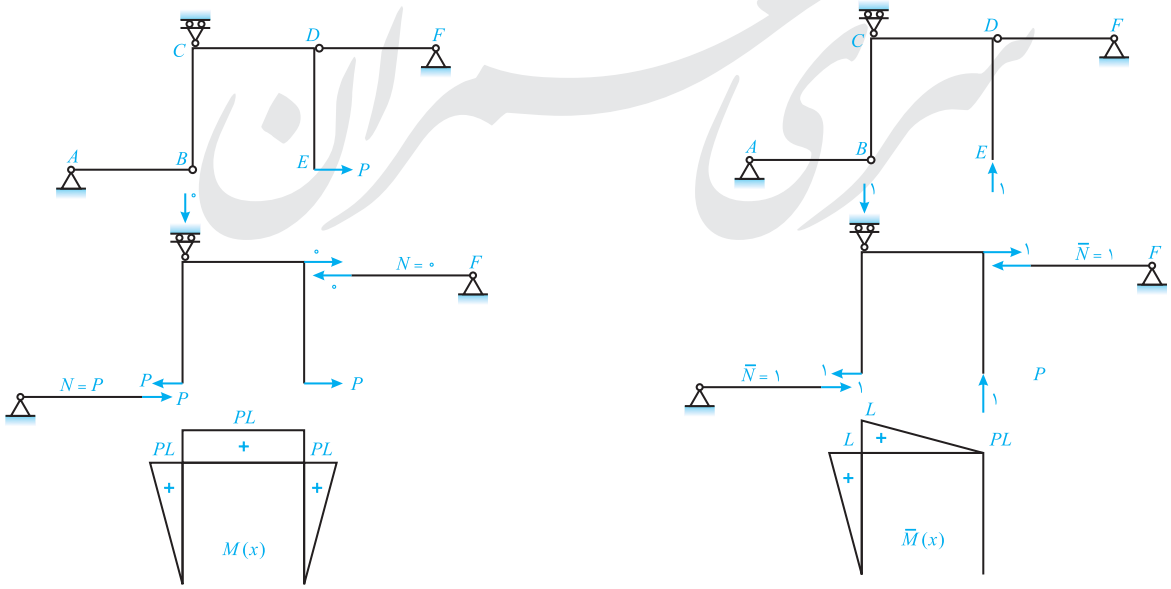
۲) $\frac{5PL^3}{6EI}$

۳) $\frac{PL^3}{EI}$

۴) $\frac{2PL^3}{3EI}$

گزینه (۳)

با توجه به معرفی AE در اعضای دو سر مفصل AB و DF ، در این اعضاء تنها اثر تغییر شکل‌های محوری و در اعضاء BC ، CD و DE با توجه به معرفی EI ، تغییر شکل‌های خمشی مدنظر است. در ادامه با وارد کردن یک بار واحد قائم در E داریم:

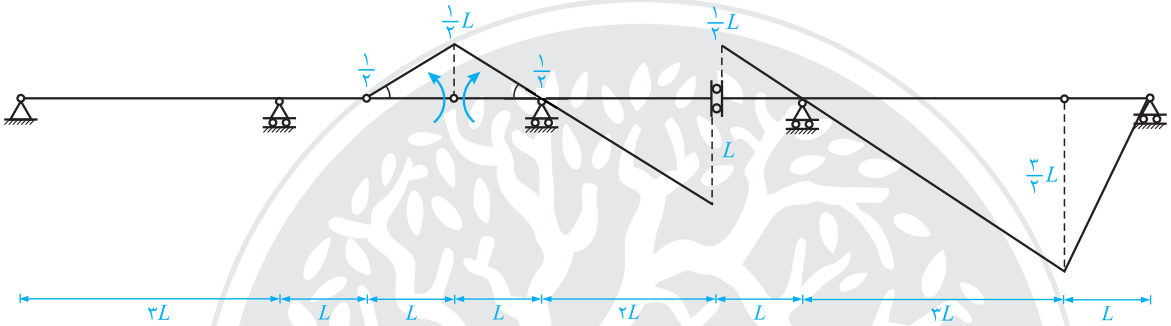


$$\int_B^C \frac{M\bar{M}}{EI}dx = \frac{1}{EI}\left(\frac{PL\times L\times L}{3}\right) = \frac{PL^3}{3EI} \quad , \quad \int_C^D \frac{M\bar{M}}{EI}dx = \frac{1}{EI}\left(\frac{PL\times L\times L}{2}\right) = \frac{PL^3}{2EI} \quad , \quad \int_D^E \frac{M\bar{M}}{EI}dx = 0$$

$$\Delta_{E_y} = \int \frac{M\bar{M}}{EI}dx + \sum \frac{N\bar{N}L}{AE} = \left(\frac{PL^3}{3EI} + \frac{PL^3}{2EI}\right) + \frac{P\times 1\times L}{AE} = \frac{5PL^3}{6EI} + \frac{PL}{\frac{6EI}{L^2}} = \frac{PL^3}{EI}$$

۶۵- (۳)

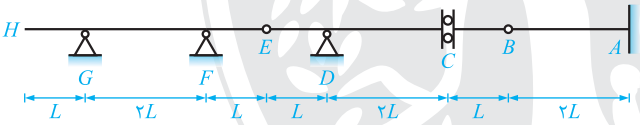
خط تأثیر لنگر I به‌صورت زیر است:



بنابراین ارتفاع خط تأثیر لنگر I در G برابر $-\frac{3}{2}L$ است.

این تست مشابه تست ۴ در صفحهٔ ۲۸۷ از جلد دوم کتاب تحلیل سازهٔ سری عمران بوده است.

خط تأثیر لنگر خمشی در نقطه‌ای به فاصلهٔ $\frac{L}{2}$ از تکیه‌گاه گیردار را در نظر بگیرید. ارتفاع این خط تأثیر در نقاط B، سمت راست C و E به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۱) $\frac{3}{2}L$، $\frac{3}{2}L$، صفر

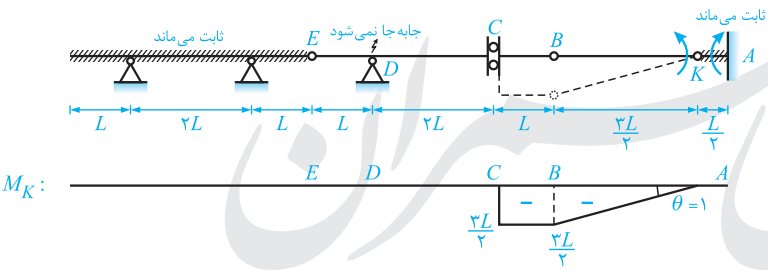
۲) $\frac{3}{2}L$، $3L$، صفر

۳) $\frac{L}{2}$، $\frac{L}{2}$، L

۴) صفر، $3L$، L

گزینه (۱)

ابتدا خط تأثیر لنگر خمشی در فاصلهٔ $\frac{L}{2}$ از نقطهٔ A را رسم می‌کنیم:



همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، ارتفاع خط تأثیر مربوطه در نقاط B، سمت راست C و E به ترتیب $\frac{3}{2}L$، $\frac{3}{2}L$ و صفر می‌باشد.

سری عمران

مکانیک خاک و مهندسی پی

کارشناسی ارشد

آزمون امسال (۹۳) در درس مکانیک خاک و پی‌سازی، همانند آزمون سال گذشته (۹۲) نسبتاً ساده بوده است. علت اصلی این سادگی را می‌توان در دو موضوع دانست: اول اینکه حدود ۵۰ درصد سؤالات این آزمون با آزمون‌های سراسری سال‌های قبل مشابهت داشته است و دوم اینکه حجم محاسبات درس پی‌سازی نسبت به سال‌های قبل، به شدت کاهش یافته بود. البته در این آزمون سؤالات جدید هم مطرح شده بود که با کمی فکر می‌توانستید آنها را حل کنید.

و اما در مورد کتاب‌های مکانیک خاک و پی سری عمران:

همانطور که گفتیم اکثر سؤالات مکانیک خاک، تکرار تست‌های کنکورهای سال‌های گذشته بوده است و سؤالات جدید نیز با مفاهیم درسی کتاب به سادگی قابل حل بوده است. در مورد کتاب پی‌سازی اگر به گزاف نگفته باشیم اکثر سؤالات عیناً یا با مشابهت بسیار زیاد در کتاب بوده است.

توجه شما را به سؤالات مشابه که عیناً از کتاب خاک و پی سری عمران استخراج شده است جلب می‌کنیم.

گروه پاسخ دهندگان:

ساسان امیرافشاری، حسین فراهانی، مهدی اژدرنژاد

مکانیک خاک و مهندسی پی

۶۶- (۱)

با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سؤال در مورد الک‌ها و نیز مقادیر لای و رس، می‌توان ذرات تشکیل‌دهندهٔ خاک‌های A و B را به‌صورت زیر مشخص کرد:

خاک A شامل: ۳۰ درصد شن، ۵۰ درصد ماسه، ۵ درصد لای و ۱۵ درصد رس

خاک B شامل: ۳۰ درصد شن، ۵۰ درصد ماسه، ۱۵ درصد لای، ۵ درصد رس

از آنجائیکه که درصد درشت دانه (٪۸۰) و ریزدانه (٪۲۰) در هر دو خاک یکسان بوده ولی درصد رس در خاک A بیشتر از خاک B است، می‌توان نتیجه گرفت که خاک A خمیری‌تر و ریزدانه‌تر است، یعنی نفوذپذیری (K) آن کم‌تر از خاک B و حد روانی (LL) آن بیش‌تر از خاک B می‌باشد. پس گزینه‌ی (۱) درست است.

تذکر: هر چه خاک خمیری‌تر باشد، حد روانی (LL) آن بالاتر و حد خمیری‌اش (PL) کمتر است، پس در مقایسهٔ حد خمیری این دو خاک نیز می‌توان گفت که حد خمیری (PL) خاک A کمتر از خاک B است.

۶۷- (۴)

$$U_1 = U_2 \Rightarrow T_{v_1} = T_{v_2} \Rightarrow \frac{C_{v_1} t_1}{H_{dr_1}^2} = \frac{C_{v_2} t_2}{H_{dr_2}^2}$$

$$\xrightarrow[C_{v_1} = C_{v_2}]{\text{جنس خاک‌ها یکی است}} \frac{t_2}{t_1} = \left(\frac{H_{dr_2}}{H_{dr_1}}\right)^2 \Rightarrow \frac{t_2}{5} = \left(\frac{2}{0/04 \times \frac{1}{2}}\right)^2 \Rightarrow t_2 = 50000 \text{ دقیقه} \simeq 35 \text{ روز}$$

در آزمایش تحکیم به‌علت وجود سنگ متخلخل در بالا و پایین نمونه، زهکشی دو طرفه است.

کتاب خاک - تست (۹۷) صفحه (۳۱۲) که مربوط به کنکور سراسری ۷۹ است.

در یک آزمایش تحکیم روی نمونه رسی به ضخامت ۴ سانتی‌متر در مدت زمان ۶ دقیقه ٪۷۰ نشست نهایی ثبت شده است. اگر لایه‌ای از این خاک به ضخامت ۲ متر روی لایه‌ای سنگی قرار داشته باشد، طی تقریباً چند روز همان درصد نشست انجام خواهد شد؟

۱) ۲۴ ۲) ۶ ۳) ۴۲ ۴) ۹

گزینه (۳)

$$\frac{t_2}{t_1} = \left(\frac{H_{dr_2}}{H_{dr_1}}\right)^2 \Rightarrow \frac{t_2}{6} = \left(\frac{200}{4 \times \frac{1}{2}}\right)^2 \Rightarrow t_2 = 60000 min = 41/67 day \simeq 42 day$$

توجه: نمونه رسی در آزمایش تحکیم از دوطرف زهکشی می‌شود و حداکثر مسافت زهکشی آن، نصف ضخامت نمونه است. در این سؤال همانطور که ملاحظه شد، نوشتیم:

$$H_{dr_1} = H_0 \times \frac{1}{2} = 4 \times \frac{1}{2} = 2\ cm$$

۶۸- (۲)

در یک آزمایش سه محوری (CD ، CU یا UU) مقدار تنش انحرافی $\Delta\sigma_d$ از تفاضل σ_1 و σ_3 به‌دست می‌آید، پس در این سؤال داریم:

$$\Delta\sigma_d = \sigma_1 - \sigma_3 = 0/35 - 0/1 = 0/25\ MPa$$

حال با تکرار این آزمایش با یک σ_3 دیگر (بر روی نمونه‌ی دیگر از همان خاک) چون آزمایش UU است، $\Delta\sigma_d$ ثابت بوده و خواهیم داشت:

$$\Delta\sigma_d = \sigma_1 - \sigma_3 \Rightarrow 0/25 = 0/5 - \sigma_3 \Rightarrow \sigma_3 = 0/25\ MPa$$

همچنین می‌دانیم در آزمایش UU بر روی رس اشباع زاویه اصطکاک داخلی برابر صفر خواهد بود ($\phi = 0$ است)، بنابراین زاویه صفحه‌ی شکست با امتداد افق برابر است با:

$$\theta = 45 + \frac{\phi}{2} = 45 + 0 = 45^\circ$$

پس گزینه (۲) جواب درست است.

تست ۹۱ – صفحهٔ (۴۰۴) و توضیحات آزمایش سه محوری UU در صفحه (۳۷۱)

در یک آزمایش سه‌محوری UU برروی یک نمونه خاک اشباع در صورتیکه تنش همه‌جانبه $0/1MPa$ باشد، تنش کل قائم در هنگام گسیختگی نمونه $0/35MPa$ خوانده شده است. اگر برروی همین خاک آزمایش UU با تنش همه جانبه $0/3MPa$ انجام شود، تنش انحرافی لازم برای گسیخته شدن نمونه چقدر خواهد بود؟

۱) $0/25MPa$ ۲) $0/35MPa$ ۳) $0/55MPa$ ۴) $0/65MPa$

گزینه (۱)

مطابق با متن درس و آنچه در شکل (۶-۲۰) نشان داده شده است، در آزمایش UU در شرایط اشباع، به ازای تنش‌های همه جانبه متفاوت، نمونه با تنش انحرافی یکسانی گسیخته می‌شود. بنابراین در این سؤال خواهیم داشت:

$$\Delta\sigma_{d_2} = \Delta\sigma_{d_1} = \sigma_1 - \sigma_3 = 0/35 - 0/1 = 0/25MPa$$

۶۹- (۳)

در آزمایش سه محوری CU می‌توان رابطهٔ گسیختگی تنش‌های اصلی را در دو حالت، یکی با حاکمیت تنش کل و دیگری با حاکمیت تنش موثر نوشت. در این سؤال با توجه به اطلاعات داده شده، تنش مؤثر حاکم بوده و می‌نویسیم:

$$(\sigma_1 - U) = (\sigma_3 - U)\tan^2(45+\frac{\phi'}{2}) + 2c'\tan(45+\frac{\phi'}{2}) \Rightarrow (125-32) = (\sigma_3 - 32)\tan^2(45+\frac{30}{2}) + 2\times 8\times\tan(45+\frac{30}{2})$$

$$\Rightarrow 93 = (\sigma_3 - 32)\times 3 + \underbrace{16\times\sqrt{3}}_{\simeq 27} \Rightarrow \sigma_3 = 54KPa$$

کتاب خاک – مشابه تست (۲۱) صفحهٔ (۳۹۱)

نمونه خاک رسی با $c' = 0$ و $\phi' = 30^\circ$ مفروض است. آزمایش سه‌محوری زهکشی نشده (CU) با فشار محفظه‌ای $\sigma_3 = 300kPa$ انجام شده است. اگر تفاوت تنش‌ها در لحظه گسیختگی برابر فشار محفظه‌ای باشد، فشار آب حفره‌ای در این لحظه چند kN/m^2 است؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۲۰۰ ۴) صفر

گزینه (۲)

می‌خواهیم پارامترهای مقاومت برشی در حالت مؤثر (مربوط به آزمایش CD) را برای آزمایش CU به‌کار ببریم. بنابراین با استفاده از رابطه (۶-۱۶) خواهیم داشت:

$$(\sigma_1 - \Delta u_d) = (\sigma_3 - \Delta u_d)\tan^2(45+\frac{\phi'}{2}) + 2c'\tan(45+\frac{\phi'}{2})$$

$$, \quad \Delta\sigma_d = \sigma_3 = 300\,kN/m^2 \Rightarrow \sigma_1 = \sigma_3 + \Delta\sigma_d = 300+300 = 600\,kN/m^2$$

$$(600 - \Delta u_d) = (300 - \Delta u_d)\tan^2(45+\frac{30}{2}) + 0 \Rightarrow \Delta u_d = 150\,kN/m^2$$

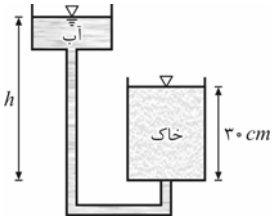
۷۰- (۲)

شرط جوشش آن است که $i = i_{cr}$ شود، بنابراین می‌نویسیم:

$$\begin{cases} i = i_{cr} \\ i = \dfrac{\Delta H}{L} = (\dfrac{h-60}{60}) \\ i_{cr} = \dfrac{\gamma'}{\gamma_w} = (\dfrac{20-10}{10}) = 1 \end{cases} \Rightarrow (\frac{h-60}{60}) = 1 \Rightarrow h = 120\,cm = 1/2\,m$$

کتاب خاک – تست (۵۴) صفحهٔ (۱۴۹) که مربوط به کنکور سراسری ۷۲ است.

در مدل مقابل ارتفاع آب در بالادست (h) چه مقدار تنظیم گردد تا خاک اشباع داخل استوانه (وزن مخصوص ۲ تن بر مترمکعب) به حالت جوشش (سیلان یا روانگرایی) درآید؟ (سراسری-۷۲)

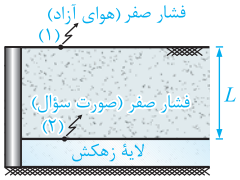


۱) $۴۵\,cm$
۲) $۶۰\,cm$
۳) $۷۵\,cm$
۴) $۹۰\,cm$

گزینه (۲)

$$\text{جوشش}\ FS=۱ \Rightarrow \frac{i_{cr}}{i}=۱ \Rightarrow i=i_{cr} \Rightarrow \frac{\Delta H}{L}=\frac{\gamma'}{\gamma_w} \Rightarrow \frac{h-۳۰}{۳۰}=\frac{۲-۱}{۱} \Rightarrow h=۶۰\,cm$$

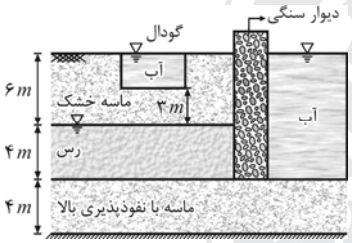
۷۱- (۲)



$$i=\frac{\Delta H}{L}=\frac{(z_۱-z_۲)+(\frac{P_۱}{\gamma}-\frac{P_۲}{\gamma})}{L}=\frac{L+(۰-۰)}{L}=۱$$

کتاب خاک – تقریباً شبیه تست (۲۴) صفحهٔ (۱۴۳) است.

شکل مقابل گودالی را نشان می‌دهد که در خاک ماسه‌ای حفرشده و پس از عایق‌بندی از آب پر می‌شود. مقدار گرادیان هیدرولیکی در لایه رسی واقع در زیر گودال چقدر است؟



۱) $\frac{۹}{۴}$
۲) $\frac{۴}{۹}$
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) ۱/۵

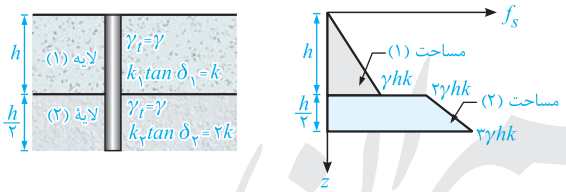
گزینه (۴)

در پایین‌ترین قسمت لایهٔ رسی، تراز پیزومتری از تراز پیزومتری لایهٔ آرتزین (سطح آب در پشت دیوار سنگی) تبعیت می‌کند و در بالاترین قسمت لایه رسی نیز سطح آب زیرزمینی، تراز پیزومتری نقاط واقع بر خود را نشان می‌دهد، بنابراین اختلاف تراز پیزومتری یا همان اختلاف بار آبی در لایهٔ رسی برابر است با:

$$\Delta H=۶\,m \Rightarrow i=\frac{\Delta H}{L}=\frac{۶}{۴}=۱/۵$$

۷۲- (۴)

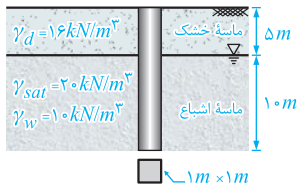
با ترسیم نمودار f_s-z، خواهیم داشت:



$$\frac{Q_{s_۲}}{Q_{s_۱}}=\frac{P\int_۰^h f_s dz}{P\int_h^{\frac{۳h}{۲}} f_s dz}=\frac{\text{مساحت (۲)}}{\text{مساحت (۱)}}=\frac{\frac{(۳\gamma hk+۲\gamma hk)}{۲}(\frac{h}{۲})}{(\frac{\gamma hk\times h}{۲})}=\frac{\frac{۵}{۴}\gamma h^۲k}{\frac{۱}{۲}\gamma h^۲k}=۲/۵$$

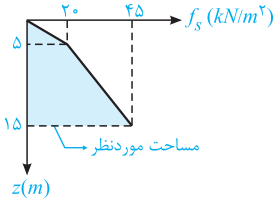
کتاب پی – تمرین (۳) صفحهٔ (۲۴۸)

یک شمع شناور بتنی به شکل مربع با طول ضلع یک متر بصورت مقابل در یک خاک ماسه‌ای اجرا شده است. اگر رابطهٔ تنش جانبی حداکثر در طول شمع بصورت $f_s=۰/۲۵\,\sigma'_v$ باشد، در آن‌صورت مقاومت نهایی شمع چقدر است؟ (برحسب kN)



حل: چون شمع شناور است، بنابراین مقاومت نهایی آن برابر مقاومت جانبی بوده و خواهیم داشت:

$$Q_u = Q_s \quad , \quad Q_s = \int_0^L f_s(z)P(z)\,dz \xrightarrow{P \text{ در طول } L \text{ ثابت است.}} Q_s = P\int_0^L f_s(z)\,dz$$



برای محاسبه حاصل انتگرال مذکور، کافی است تا سطح زیر نمودار $f_s - z$ را بدست آوریم. جهت رسم این نمودار، ابتدا با استفاده از رابطهٔ $f_s = ۰/۲۵\sigma'_v$ ، تنش اصطکاکی را در ۳ عمق $z = ۰$ ، $z = ۵m$ و $z = ۱۵m$ بدست می‌آوریم:

$$f_s = ۰/۲۵\sigma'_v = \begin{cases} z = ۰ \Rightarrow \sigma'_v = ۰ \Rightarrow f_s = ۰ \\ z = ۵m \Rightarrow \sigma'_v = ۱۶\times۵ = ۸۰ \Rightarrow f_s = ۰/۲۵\times۸۰ = ۲۰kN/m^۲ \\ z = ۱۵m \Rightarrow \sigma'_v = ۱۶\times۵ + (۲۰-۱۰)\times۱۰ = ۱۸۰ \Rightarrow f_s = ۰/۲۵\times۱۸۰ = ۴۵kN/m^۲ \end{cases}$$

سپس می‌نویسیم:

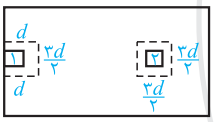
$$\int_0^L f_s(z)\,dz = (f_s - z)\text{ مساحت زیر نمودار} = \left[\left(\frac{۲۰\times۵}{۲}\right) + \left(\frac{۴۵+۲۰}{۲}\right)(۱۵-۵)\right] = ۳۷۵kN$$

و در نهایت برای محاسبهٔ Q_s خواهیم داشت:

$$Q_s = \text{محیط شمع}\times(f_s - z)\text{ مساحت زیر نمودار} = (۱\times۴)(۳۷۵) = ۱۵۰۰kN$$

۷۳- (۲)

مقطع بحرانی برش پانچ به فاصله $\frac{d}{۲}$ از لبه دورتادور ستون بتنی اتفاق می‌افتد که با توجه به این که بعد ستون‌ها $\frac{d}{۲}$ است، ابعاد محدوده برش پانچ به صورت مقابل خواهد بود:



حال در ادامه نسبت مساحت‌ها و محیط‌های پانچ را به‌صورت زیر می‌یابیم:

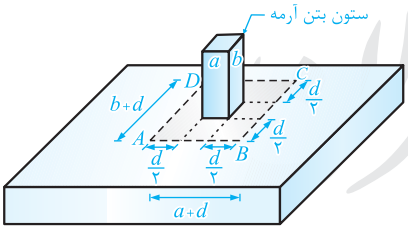
$$\frac{A_{P_۲}}{A_{P_۱}} = \frac{\frac{۳d}{۲}\times\frac{۳d}{۲}}{\frac{۳d}{۲}\times d} = \frac{۳}{۲}$$

$$\frac{P_{C_۲}}{P_{C_۱}} = \frac{\frac{۳d}{۲}\times۴}{۲\times d + \frac{۳d}{۲}} = \frac{۶}{\frac{۷}{۲}} = \frac{۱۲}{۷}$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

کتاب پی - توضیحات صفحات (۱۷۸) و (۱۷۹)

خرابی برشی پانچ: این نوع خرابی در محدوده‌ای در اطراف ستون، در مقطعی به نام «مقطع بحرانی برش پانچ» ایجاد می‌شود که طبق توصیهٔ آیین‌نامه‌های بتنی، این ناحیه در فاصلهٔ $\frac{d}{۲}$ از هر وجه ستون بتنی در نظر گرفته می‌شود. برای ستون‌های فلزی نیز این ناحیه را در فاصله $\frac{d}{۲}$ از صفحهٔ زیر ستون در نظر می‌گیرند. در شکل مقابل ناحیهٔ پانچ را برای یک ستون بتنی مشاهده می‌کنید. (چهار ضلعی $ABCD$)



پس از شناخت نیروی برشی مقاوم (V_c) و نیز نیروی برشی مخرب (V_u)، حالا نوبت آن است که با چگونگی محاسبهٔ این نیروهای برشی آشنا شویم.

نحوهٔ محاسبهٔ V_c (نیروی برشی مقاوم)

همانطور که گفته شد، نیروی برشی مقاوم مقطع فقط ناشی از مقاومت برشی بتن می‌باشد که طبق روابط آیین‌نامه‌های بتنی برابر است با:

برش معمولی: $V_c = ۰/۲\,\phi_c Bd\sqrt{f_c}$

برش پانچ: $V_c = ۰/۴\,\phi_c\sqrt{f_c}\times\bar{A}$

در روابط فوق داریم:

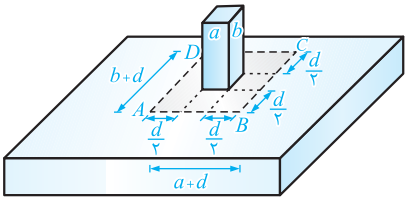
ϕ_c: ضریب اطمینان جزئی بتن که برابر ۰/۶ است.

B: بُعد کوچکتر پی (برحسب mm)

d: ارتفاع مؤثر پی (برحسب mm) ($d = h - e$)

f_c: مقاومت فشاری بتن (برحسب MPa)

$\bar{A}$: مساحت جانبی ناحیهٔ پانچ (برحسب mm^2) که برابر است با:



$\bar{A}$ = محیط پانچ × ارتفاع مؤثر

$\bar{A} = ۲[(a+d)+(b+d)]\times d = ۲d\,(a+b+۲d)$

در نهایت V_C (مقاومت برشی مقطع) برحسب نیوتن (N) بدست می‌آید.

نحوهٔ محاسبهٔ V_u (نیروی برشی مخرب مقطع)

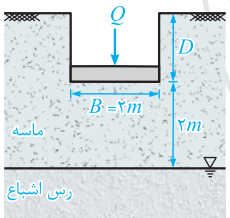
نیروی برشی V_u، یک نیروی داخلی می‌باشد که از روابط تعادل استاتیکی بدست می‌آید. توجه شود که در محاسبهٔ V_u باید از بارهای ضریب‌دار استفاده کنیم. تمرین زیر چگونگی محاسبهٔ V_u را در هر دو مقطع برش یک طرفه و برش پانچ نشان می‌دهد.

۷۴- (۴)

لایهٔ رس اشباع به علت نشست تحکیم باعث افزایش نشست پی خواهد شد، یعنی در نگاه اول گزینه‌های (۱) یا (۴) می‌توانند درست باشند اما: اگر منظور طراح تأثیر سفرهٔ آب زیرزمینی باشد، باید بگوییم که سطح سفرهٔ آب زیرزمینی به گوهٔ فعال زیر پی نمی‌رسد ($H = ۱/۵B > B$) و سفرهٔ آب زیرزمینی اثری بر ظرفیت باربری پی ندارد ولی به نظر می‌رسد که منظور طراح، تأثیر خود لایهٔ‌رسی بر لایهٔ ماسه‌ای است، در این حالت باید بگوییم که لایهٔ ضعیف رس اشباع (که هم ریزدانه است و هم آب دارد) از ظرفیت باربری پی بر مبنای ماسهٔ تنها، می‌کاهد و گزینهٔ (۴) درست است.

تست (۷۰) صفحه (۲۰۲) و صفحه (۱۴۰) تمرین (۲۳)

کدام گزینه در رابطه با شالودهٔ شکل مقابل صحیح است؟



۱) وجود لایهٔ رسی تأثیر بر میزان نشست شالوده ندارد.

۲) وجود لایهٔ رسی باعث کاهش ظرفیت باربری شالوده می‌گردد.

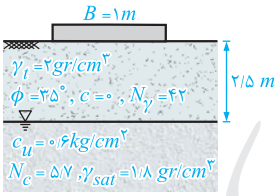
۳) وجود لایهٔ رسی ظرفیت باربری را کاهش داده و باعث ازدیاد نشست نهایی می‌گردد.

۴) وجود لایهٔ رسی تأثیراتی بر ظرفیت باربری شالوده ندارد اما باعث ازدیاد نشست نهایی می‌گردد.

گزینه (۳)

با توجه به نزدیک بودن خاک رس به کف شالوده $\left(\frac{H}{B} = ۱ < ۱/۵\right)$ می‌توان انتظار داشت که این لایه بر ظرفیت باربری شالوده (در حالتی که فقط زیر آن ماسه است) تأثیرگذاشته و آنرا کم کند. در ضمن لایهٔ رسی به علت اشباع بودن و نشست تحکیم، باعث ازدیاد نشست نهایی شالوده می‌گردد.

یک پی نواری به عرض یک متر روی یک لایه ماسه و یک لایه رس اشباع مطابق شکل قرار دارد. ظرفیت باربری نهایی کوتاه مدت تقریباً چند kg/cm^2 است؟ ($c_u = ۰/۶\,kg/cm^2$، $\gamma_{sat} = ۱/۸\,gr/cm^3$ و $N_c = ۵/۷$)



حل:

$$\begin{cases} \frac{H}{B} = \frac{۲/۵}{۱} = ۲/۵ \Rightarrow ۱/۵ < \frac{H}{B} < ۳/۵ \\ \frac{H}{B} = ۱/۵ \Rightarrow q_{ult} > cN_c = ۰/۶\times ۵/۷ = ۳/۴۲\,kg/cm^2 \Rightarrow q_{ult} \simeq ۳/۴۲\,kg/cm \\ \frac{H}{B} = ۳/۵ \Rightarrow q_{ult} = ۰/۵\gamma BN_\gamma = ۰/۵\times ۰/۰۰۲\times ۱۰۰\times ۴۲ = ۴/۲\,kg/cm^2 \end{cases}$$

$\frac{H}{B} = ۱/۵$	$\frac{H}{B} = ۲/۵$	$\frac{H}{B} = ۳/۵$
۳/۴۲	q_{ult}	۴/۲

$$\xrightarrow{\text{درون‌یابی خطی}} \frac{۳/۵ - ۱/۵}{۴/۲ - ۳/۴۲} = \frac{۳/۵ - ۲/۵}{۴/۲ - q_{ult}}$$

$$\Rightarrow q_{ult} = ۳/۸۱\,kg/cm^2$$

توجه: همان‌طورکه ملاحظه شد، به ازای $\frac{H}{B} = ۱/۵$ مقدار q_{ult} کمی بزرگتر از $۳/۴۲\,kg/cm^2$ است که ما آن را تقریباً برابر $۳/۴۲\,kg/cm^2$ در نظر گرفتیم. به همین دلیل ظرفیت باربری نهایی نیز کمی از $۳/۸۱\,kg/cm^2$ بزرگتر است که ما آن را تقریباً برابر $q_{ult} \simeq ۳/۸۱\,kg/cm^2$ در نظر گرفتیم.

۷۵- (۲)

می‌دانیم رابطه ضریب عکس‌العمل بستر در پی‌های مربعی (K_f) با ضریب عکس‌العمل بستر برای صفحه آزمایش (K_s) در مورد خاک‌های صرفاً چسبنده و دانه‌ای به‌صورت زیر است:

$$\begin{cases} K_f = K_s\left(\dfrac{B_P}{B_F}\right) & \text{(صرفاً چسبنده)} \\ K_f = K_s\left(\dfrac{B_F+B_P}{۲B_F}\right)^۲ & \text{(دانه‌ای)} \end{cases}$$

پس می‌توان K_f را به‌سادگی به‌صورت زیرمحاسبه کرد:

$$K_f = K_s\left(\frac{B_F+B_P}{۲B_F}\right)^۲ = ۲\times\left(\frac{۲+۰/۳}{۲\times۲}\right)^۲ = ۰/۶۶\frac{kg}{cm^۳}$$

در ادامه با توجه به میزان نشست مجاز، به‌صورت زیر ظرفیت باربری مجاز را می‌یابیم:

$$q = K\delta \Rightarrow q_F = K_f\,\delta_F \Rightarrow q_F = ۲\times۰/۶۶ = ۱/۳۲\frac{kg}{cm^۲}$$

بنابراین گزینه (۲) درست است.

توجه: ممکن است برخی از شما عزیزان به اشتباه از رابطه $\delta_F\left(\frac{۳/۲۸\,B_F+۱}{B_F}\right)^۲ = \delta_P\left(\frac{۳/۲۸\,B_P+۱}{B_P}\right)^۲$ (که مربوط به رابطهٔ نشست‌ها می‌باشد) استفاده کرده باشید که البته هیچ ارتباطی با سؤال مطرح شده در آزمون ندارد!

کتاب پی - تست (۴۱) صفحه (۱۹۷)

جهت تخمین مدول الاستیسیتهٔ خاک منطقه‌ای، از آزمایش بارگذاری صفحه (P.L.T.) استفاده شده است. در این آزمایش ابعاد صفحه $۴۰cm\times۴۰cm$ بوده و ابعاد پی اصلی $۲m\times۲m$ می‌باشد. اگر ضریب عکس‌العمل بستر از آزمایش $k_s = ۲/۵\,kg/cm^۳$ محاسبه شده باشد، با در نظر گرفتن ضریب پواسون $\mu = ۰/۳$ و $I_P = ۱$ برای خاک و پی، E_s چند $kg/cm^۲$ بدست می‌آید؟ خاک منطقه ماسه‌ای بوده و $k_f = \left(\frac{B_F+B_P}{۲B_F}\right)^۲ k_s$ می‌باشد.

۱) ۸۱ ۲) ۹۱ ۳) ۲۰۰ ۴) ۱۶۳

گزینه (۴)

ابتدا با توجه به رابطهٔ داده شده در انتهای سؤال، k_f (ضریب عکس‌العمل بستر) خاک زیر پی اصلی را می‌یابیم:

$$k_f = \left(\frac{B_F+B_P}{۲B_F}\right)^۲ k_s = \left(\frac{۲+۰/۴}{۲\times۲}\right)^۲\times۲/۵ = ۰/۹\,kg/cm^۳$$

از طرفی از مقایسهٔ دو رابطهٔ زیر برای نشست آنی (مشابه با تمرین ۴۷) می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} q = k_f\,S_e \Rightarrow S_e = \dfrac{q}{k_f} \\ S_e = qB\,\dfrac{۱-\mu^۲}{E_s}I_P \end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{k_f} = B\,\frac{۱-\mu^۲}{E_s}I_P \Rightarrow E_s = k_f\,B\,(۱-\mu^۲)\,I_P$$

لذا با جایگذاری $k_f = ۰/۹$ و $B = B_F = ۲۰۰cm$ و مقادیر μ و I_P خواهیم داشت:

$$E_s = ۰/۹\times۲۰۰\times(۱-۰/۳)^۲\times۱ \simeq ۱۶۳\,kg/cm^۲$$

۷۶- (۳)

در این حالت ظرفیت باربری نهایی، بین دو حالت خاک اشباع و خاک تر قرار می‌گیرد، بنابراین می‌نویسیم:

الف- بر مبنای خاک اشباع

$$q_{ult} = ۰/۵B\gamma' N_\gamma = ۰/۵\times۲\times(۲-۱)\times۳۰ = ۳۰\frac{t}{m^۲}$$

ب - بر مبنای خاک تر

$$q_{ult} = ۰/۵B\gamma_t N_\gamma = ۰/۵\times۲\times۱/۸\times۳۰ = ۵۴\frac{t}{m^۲}$$

پس گزینهٔ (۳) درست است.

توجه: در این سؤال طراح محترم از اثر ضریب شکل s_γ صرف‌نظر کرده است و ما می‌توانیم با این فرض، مقدار دقیق جواب را برحسب وزن مخصوص معادل (γ_e) به‌دست آوریم:

$$\gamma_e = \gamma' + \frac{d_w}{H}(\gamma - \gamma') = (۲-۱) + \frac{۱}{۲}[۱/۸-(۲-۱)] = ۱/۴\, t/m^۲$$

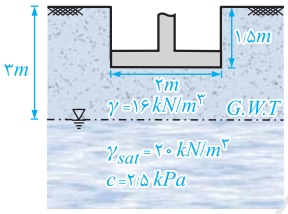
$\hookrightarrow H = B = ۲\, m$

ملاحظه می‌کنید که پاسخ فوق در گزینه‌ها وجود ندارد، ولی در گزینهٔ(۳)، میانگین (حد وسط) مقادیر داده شده، برابر $۴۲\, t/m^۲$ می‌باشد.

کتاب پی - تمرین (۱۴) قسمت (ب) صفحه (۱۲۶)

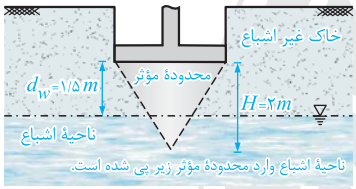
سه پی مربعی مطابق شکل طراحی شده‌اند. مشخصات خاک زیر هر پی (ϕ، c، γ، γ_{sat}) و نیز تراز آب زیرزمینی ($G.W.T$) در شکل‌ها مشخص است. مطلوب است محاسبهٔ ظرفیت باربری خاکِ زیر هر پی.

$(N_c = ۴۰,\ N_q = ۲۰,\ N_\gamma = ۲۵)$



(ب)

ب) در این شکل $d_w = ۳-۱/۵ = ۱/۵\, m$ می‌باشد و $H = B = ۲\, m$ است. با مقایسهٔ H و d_w داریم:



$$H = ۲\, m > d_w = ۱/۵\, m$$

مطابق شکل ناحیهٔ اشباع وارد محدودهٔ مؤثر زیر پی شده است.

بنابراین در محاسبهٔ ترم عرض، به جای γ از γ_e (وزن مخصوص معادل) استفاده می‌کنیم که به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} \gamma_e = \gamma' + \dfrac{d_w}{H}(\gamma - \gamma') \\ d_w = ۱/۵\, m \quad , \quad H = B = ۲\, m \\ \gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w = ۲۰-۱۰ = ۱۰\, kN/m^۳, \gamma = ۱۶\, kN/m^۳ \end{cases} \Rightarrow \gamma_e = ۱۰ + \frac{۱/۵}{۲}(۱۶-۱۰) = ۱۴/۵\, kN/m^۳$$

در ادامه q_{ult} را محاسبه می‌کنیم:

$$q_{ult} = cN_c s_c + qN_q + ۰/۵\gamma_e B N_\gamma s_\gamma$$

تنش مؤثر در تراز کف پی : $q = \gamma D_f = ۱۶ \times ۱/۵ = ۲۴\, kPa$

$$\Rightarrow q_{ult} = ۲/۵ \times ۴۰ \times ۱/۳ + ۲۴ \times ۲۰ + ۰/۵ \times \underbrace{۱۴/۵}_{\gamma_e \text{ وزن مخصوص معادل}} \times ۲ \times ۲۵ \times ۰/۸ = ۹۰۰\, kPa$$

۷۷- (۱)

نسبت ضریب اطمینان و واژگونی در حالت (۲) به حالت (۱) برابر است با:

$$\frac{FS_۲}{FS_۱} = \frac{\left(\dfrac{M_{R_۲}}{M_{d_۲}}\right)}{\left(\dfrac{M_{R_۱}}{M_{d_۱}}\right)}$$

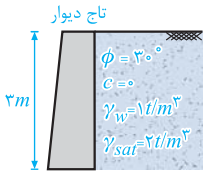
چون $M_{R_۱} = M_{R_۲}$ است (در هر دو حالت M_R ناشی از وزن دیوار است که مقداری ثابت می‌باشد)، بنابراین با توجه به این‌که $C = ۰$ است، خواهیم داشت:

$$\frac{FS_۲}{FS_۱} = \frac{M_{d_۱}}{M_{d_۲}} = \frac{\frac{۱}{۲}\gamma_t H^۲ K_a \times \frac{H}{۳}}{\frac{۱}{۲}\gamma' H^۲ K_a \times \frac{H}{۳} + \frac{۱}{۲}\gamma_w H^۲ \times \frac{H}{۳}} = \frac{\gamma_t K_a}{\gamma' K_a + \gamma_w}$$

$$\Rightarrow \frac{FS_۲}{۳} = \frac{۱۸ \times \tan^۲(۴۵ - \frac{۳۰}{۲})}{(۲۰/۵ - ۱۰) \times \tan^۲(۴۵ - \frac{۳۰}{۲}) + ۱۰} \Rightarrow FS_۲ = ۱/۳۳$$

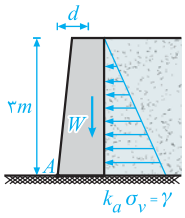
کتاب پی - تست (۷۳) صفحه (۷۵) که مربوط به کنکور سراسری ۸۲ است.

مقطع یک دیوار حائل ثقلی و خاک پشت آن در شکل داده شده است. در شرایطی که آب وجود ندارد، ضریب اطمینان در برابر واژگونی $F.S.=۲/۴$ است و هنگامی که خاک پشت دیوار از آب اشباع می‌شود و سطح آب به تراز تاج دیوار می‌رسد، دیوار واژگون می‌شود ($F.S.=۱$). مطلوب است محاسبه γ (وزن مخصوص خاک قبل از اشباع شدن)



۱) ۱/۶۷ تن بر مترمکعب
۲) ۱/۸ تن بر مترمکعب
۳) ۱/۷۵ تن بر مترمکعب
۴) ۱/۸۴ تن بر مترمکعب

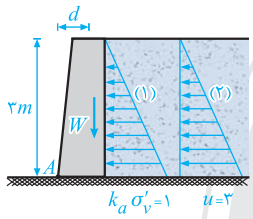
در ابتدا که خاک خشک است، توزیع فشارهای وارد بر دیوار به شکل زیر است:



$$F.S._۱=۲/۴ \Rightarrow \frac{M_{\text{مقاوم}}}{M_{۱\,\text{محرک}}}=۲/۴ \Rightarrow \frac{W\times d}{M_{۱\,\text{محرک}}}=۲/۴$$

$$\begin{cases}\sigma_a=k_a\sigma_v-۲\overset{۰}{c}\sqrt{k_a}=k_a\sigma_v\\ k_a=\dfrac{۱-\sin\phi}{۱+\sin\phi}=\dfrac{۱-۰/۵}{۱+۰/۵}=\dfrac{۱}{۳}\end{cases} \Rightarrow \sigma_a=\frac{۱}{۳}\times(\gamma\times۳)=\gamma$$

همچنین با اشباع شدن خاک، توزیع فشارهای وارد بر دیوار بصورت زیر خواهد بود:



$$\sigma_a=k_a\sigma'_v=\frac{۱}{۳}\times(۲-۱)\times۳=۱\,ton/m^۲$$

$$u=\gamma_w h=۱\times۳=۳\,ton/m^۲$$

$$M_{۲\,\text{محرک}}=M_۱+M_۲$$

$$=(\frac{۱}{۲}\times۱\times۳\times۱)\times(\frac{۳}{۳})+(\frac{۱}{۲}\times۳\times۳\times۱)\times(\frac{۳}{۳})=۶\,ton.m$$

با فرض طول واحد برای دیوار

$$F.S._۲=\frac{M_{\text{مقاوم}}}{M_{۲\,\text{محرک}}} \Rightarrow ۱=\frac{W\times d}{۶} \Rightarrow W\times d=۶$$

حال با جایگذاری لنگر مقاوم $Wd=۶$ در رابطهٔ حالت اول، خواهیم داشت:

$$\frac{Wd}{M_{۱\,\text{محرک}}}=۲/۴ \Rightarrow \frac{۶}{M_{۱\,\text{محرک}}}=۲/۴ \Rightarrow M_{۱\,\text{محرک}}=۲/۵ \Rightarrow \frac{۱}{۲}\gamma\times۳\times۱\times۱=۲/۵ \Rightarrow \gamma=۱/۶۷\,ton/m^۳$$

۷۸- (۳)

می‌دانیم نشست الاستیک در زیر یک پی، (بدون عمق مدفون)، از رابطهٔ مقابل محاسبه می‌شود:

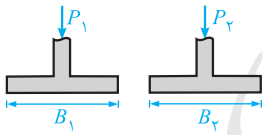
$$\delta=q\times B\times(\frac{۱-\mu^۲}{E})I_P$$

حال با فرض I_P یکسان برای هر دو پی و یکی بودن خاک زیر پی در هر دو حالت، خواهیم داشت:

$$\frac{\delta_۲}{\delta_۱}=\frac{q_۲}{q_۱}\times\frac{B_۲}{B_۱} \Rightarrow \frac{۱/۵}{۱}=\frac{\frac{P_۲}{۲\times۲}}{۷۰}\times\frac{۲}{۱} \Rightarrow P_۲=۲۱۰\,N$$

کتاب پی - تمرین (۴۴) صفحه (۱۶۸)

دو پی مربعی بر روی زمین یکنواخت، ایزوتروپ و الاستیک قرار گرفته‌اند و نیروهای روی ستون‌های وارد بر آنها مساوی نیستند، به‌طوری‌که $P_۱>P_۲$ است. به منظور اطمینان از نشست الاستیک مساوی برای این دو پی، باید چه نسبتی بین بارهای ستون‌ها و اندازهٔ پی‌ها برقرار باشد.



۱) $\frac{B_۱}{B_۲}=\frac{P_۱}{P_۲}$
۲) $P_۱B_۱=P_۲B_۲$
۳) $\frac{B_۱}{B_۲}=\sqrt{\frac{P_۱}{P_۲}}$
۴) $\sqrt{P_۱}B_۱=\sqrt{P_۲}B_۲$

حل:

$$S_e=qB\,(\frac{۱-\mu_s^۲}{E_s})I_P$$

با توجه به یکنواخت بودن خاک، μ_s و E_s برای هر دو پی یکسان است. همچنین I_P، به نسبت $\frac{L}{B}$ پی‌ها بستگی دارد که چون هر دو پی مربعی هستند، $(\frac{L}{B})_۱=(\frac{L}{B})_۲=۱$ بوده و لذا I_P پی‌ها نیز برابر است. بنابراین برای برابری نشست الاستیک دو پی باید داشته باشیم:

$$\begin{cases}S_{e_۱}=S_{e_۲} \Rightarrow (qB\dfrac{۱-\mu_s^۲}{E_s}I_P)_۱=(qB\dfrac{۱-\mu_s^۲}{E_s}I_P)_۲\\ \mu_{s_۱}=\mu_{s_۲}\ ,\ E_{s_۱}=E_{s_۲}\ ,\ I_{P_۱}=I_{P_۲}\\ q=\dfrac{P}{B^۲}\end{cases} \Rightarrow \frac{P_۱}{B_۱^۲}\times B_۱=\frac{P_۲}{B_۲^۲}\times B_۲ \Rightarrow \frac{B_۱}{B_۲}=\frac{P_۱}{P_۲} \Rightarrow$$

گزینه (۱) صحیح است.

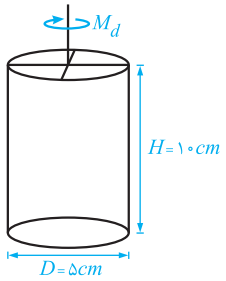
۷۹- (۱)

اگر حالت (۱) مربوط به حضور سربار و حالت (۲) مربوط به عدم حضور سربار باشد، در آن صورت با توجه به اطلاعات مربوط به صورت سوال می‌نویسیم:

$$M_1 \le 2M_2 \xrightarrow{C=0} \frac{1}{2}\gamma H^2 K_a \times \frac{H}{3} + qHK_a \times \frac{H}{2} \le 2\times\frac{1}{2}\gamma H^2 K_a \times \frac{H}{3}$$

$$\frac{1}{6}\gamma H + \frac{1}{2}q \le \frac{1}{3}\gamma H \Rightarrow q \le \frac{1}{3}\gamma H \Rightarrow q_{max} = \frac{\gamma H}{3}$$

۸۰- (۲)



در این سوال بایستی لنگر محرک ناشی از پیچش پره (M_d) را با لنگر مقاوم خاک (M_R) که روی سطح جانبی استوانهٔ خاکی حول پره‌ها تشکیل می‌شود، برابر قرار دهیم که با فرضِ صرف‌نظر کردن از مقاومت خاک بالای پره خواهیم داشت:

$$\begin{cases} M_d = M_R \\ M_R = F\times\frac{D}{2} = (C_u \times \pi DH)(\frac{D}{2}) = \frac{\pi}{2}C_u D^2 H \\ M_d = 3/14 = \pi\ N.m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \pi = \frac{\pi}{2}\times C_u \times 0/05^2 \times 0/1 \Rightarrow C_u = 8000Pa = 8KPa$$

۸۱- (۴)

ضریب تغییر حجم $m_v = \frac{\Delta H}{H_0}\times\frac{1}{\Delta\sigma'} = \frac{\Delta e}{1+e_0}\times\frac{1}{\Delta\sigma'} = \frac{0/175}{1+0/5}\times\frac{1}{(45-10)} = 0/0033\frac{1}{KPa}$

مدول سختی محصور شده $D = \frac{1}{m_v} = \frac{1}{0/0033} = 300KPa$

ضریب فشردگی حجمی $a_v = m_v(1+e_0) = 0/0033\times(1+0/5) = 0/005$

کتاب خاک - تست (۵) صفحه (۲۹۵) و تست (۷) صفحه (۴۸۵)

در یک مرحله از آزمایش ادئومتری تنش مؤثر از ۲ به ۴ کیلوگرم بر سانتیمتر مربع افزوده شده و نسبت تخلخل نمونه از ۰/۹۵ به ۰/۸۵ کاهش می‌یابد. ضریب قابلیت فشردگی حجمی نمونه چند سانتیمتر مربع بر کیلوگرم می‌باشد؟ (نسبت تخلخل اولیه نمونه ۱/۱ است)

۱) ۲/۲۷ ۲) ۲/۳۸ ۳) $2/27\times10^{-2}$ ۴) $2/38\times10^{-2}$

$m_v = \frac{(\frac{\Delta V}{V_0})}{\Delta\sigma'}$ رابطه (۳-۵) $\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{\Delta e}{1+e_0}$ رابطه (۷-۵) $\Rightarrow m_v = (\frac{\Delta e}{1+e_0})\times\frac{1}{\Delta\sigma'}$

$$m_v = (\frac{0/95-0/85}{1+1/1})\times\frac{1}{(4-2)} = \frac{1}{42} = 2/38\times10^{-2}\ cm^2/kg$$

در یک آزمایش ادومتری روی یک نمونه خاک رسی، ضریب تراکم‌پذیری $a_v = 0/015\frac{1}{kPa}$ به دست آمده است. اگر نسبت تخلخل اولیهٔ خاک ۲ باشد، مقدار مدول سختی محصور شدهٔ این خاک چند کیلو پاسکال است؟ اگر برای یک لایهٔ خاک رسی با ضخامت ۱۶ متر و با این میزان سختی، نشست تحکیمی ۰/۸ m اندازه‌گیری شده باشد، تنش وارده بر سطح این خاک چند کیلو پاسکال بوده است؟ $(m_v = \frac{a_v}{1+e_0})$

۱) ۶۶ و ۳/۳ ۲) ۱۳۳ و ۶/۶ ۳) ۲۰۰ و ۱۰ ۴) ۱۰۰ و ۵

m_v نشان دهندهٔ قابلیت تراکم‌پذیری خاک رس به هنگام تحکیم است و نرمی را نشان می‌دهد. بر همین اساس مدول الاستیسیته خاک یا همان مدول سختی، عکس m_v خواهد بود. بنابراین می‌نویسیم:

$$E = \frac{1}{m_v} = \frac{1+e_0}{a_v} = \frac{1+2}{0/015} = 200\ kPa$$

در ادامه برای محاسبهٔ تنش وارده بر خاک، از رابطهٔ محاسبهٔ نشست تحکیم (رابطهٔ ۵-۱۶) کمک می‌گیریم:

$$\Delta H = m_v H_0 \Delta\sigma' \Rightarrow 0/8 = \frac{1}{200}\times16\times\Delta\sigma' \Rightarrow \Delta\sigma' = 10\ kPa$$

بار وارد بر سطح خاک برابر $\Delta\sigma = 10kPa$ است که با تبدیل شدن به تنش مؤثر $\Delta\sigma' = 10\ kPa$، باعث نشست تحکیمی ۰/۸ متر در خاک رسی موردنظر می‌گردد.

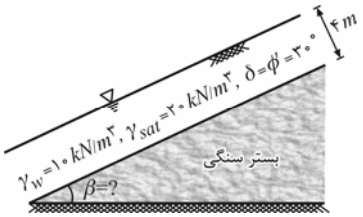
۸۲- (۴)

در شیروانی ماسه‌ای اشباع داریم:

$$FS=\frac{\gamma'}{\gamma_{sat}}(\frac{\tan\phi'}{\tan\beta})\Rightarrow ۱/۵=(\frac{۲۰-۱۰}{۲۰})(\frac{\tan\phi'}{\tan ۳۰})\Rightarrow \tan\phi'=\sqrt{۳}\Rightarrow \phi'=۶۰^\circ$$

کتاب خاک - تست (۱۱) و صفحه (۴۵۳)

یک لایه ماسه‌ای نامحدود مطابق شکل روبرو روی یک بستر سنگی قرار دارد. حداکثر شیب بستر سنگی چقدر باشد تا ضریب اطمینان پایداری شیروانی برابر ۲ شود؟



۱) $\tan\beta=\frac{۴\sqrt{۳}}{۳}$

۲) $\tan\beta=\frac{\sqrt{۳}}{۱۲}$

۳) $\tan\beta=\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$

۴) $\tan\beta=\frac{\sqrt{۳}}{۶}$

گزینه (۲)

خاک موردنظر ماسه‌ای است، بنابراین $c'=۰$ بوده و برای محاسبه ضریب اطمینان بایستی از رابطه (۷-۱۶) استفاده کرد. در این سؤال توجه داریم که $\delta=\phi'$ است و می‌نویسیم:

$$FS=(\frac{\gamma'}{\gamma_{sat}})(\frac{\tan\phi'}{\tan\beta})\Rightarrow ۲=(\frac{۲۰-۱۰}{۲۰})(\frac{\tan ۳۰}{\tan\beta})\Rightarrow \tan\beta=\frac{\sqrt{۳}}{۱۲}$$

۸۳- (۳)

$$\begin{cases} C_c=\dfrac{\Delta e}{\log(\frac{\sigma'_f}{\sigma'_\circ})}=\dfrac{e_\circ-e_f}{\log(\frac{\sigma'_f}{\sigma_\circ})} \\ \sigma'_\circ=\gamma' z=(۲۰-۱۰)\times ۵=۵۰\dfrac{kN}{m^۲} \\ \sigma'_f=\sigma'_\circ+\Delta\sigma'=۵۰+۴۵۰=۵۰۰\dfrac{kN}{m^۲} \end{cases}\Rightarrow ۰/۲۵=\frac{۱-e_f}{\log(\frac{۵۰۰}{۵۰})}\Rightarrow e_f=۰/۷۵$$

کتاب خاک - تمرین (۵-۹) صفحه (۲۷۲)

یک لایه رس عادی‌تحکیم‌یافته به ضخامت ۵ متر، نسبت تخلخل ۱/۵ و نشانهٔ فشردگی ۰/۳ موجود است. تنش موثر در وسط لایه مذکور قبل از بارگذاری برابر $۱/۲\,kg/cm^۲$ می‌باشد که دراثر نوعی بارگذاری به اندازه $۱۰/۸\,kg/cm^۲$ به آن اضافه می‌شود. نسبت تخلخل و نشست خاک در پایان تحکیم چقدر خواهد بود؟

$$C_c=\frac{\Delta e}{\log(\frac{\sigma'_f}{\sigma'_\circ})}\quad,\quad \sigma'_f=\sigma'_\circ+\Delta\sigma'\Rightarrow ۰/۳=\frac{۱/۵-e_f}{\log(\frac{۱/۲+۱۰/۸}{۱/۲})}$$

$$\Rightarrow ۰/۳\log ۱۰=۱/۵-e_f\Rightarrow e_f=۱/۵-۰/۳\times ۱=۱/۲$$

$$\Delta H=H_\circ(\frac{e_\circ-e_f}{۱+e_\circ})=۵۰۰\times(\frac{۱/۵-۱/۲}{۱+۱/۵})=۶۰\,cm$$

۸۴- (۲)

با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سوال می‌توان نوشت:

$$W_w=W_۱-\overbrace{W_۲}^{w_۲=w_s=۴۰\,gr}=۶۰-۴۰=۲۰\,gr$$

$$V_w=\frac{W_w}{\gamma_w}=\frac{۲۰}{۱}=۲۰\,cm^۳$$

در حالت اشباع: $V_s=V_{کل}-V_w\Rightarrow V_s=۳۵-۲۰=۱۵\,cm^۳$

$$G_s=\frac{W_s}{V_s\,\gamma_w}=\frac{۴۰}{۱۵\times ۱}=۲/۶۷\Rightarrow$$ گزینه (۲) صحیح است.

توجه ۱: اگرچه پاسخ این تست را گزینه (۲) بدست آوردیم ولی باید بدانید که این تست غلط است زیرا:

$$\begin{cases} \text{طبق صورت سؤال}: \ \Delta V = ۲۰\,cm^۳ \Rightarrow V_۱ - V_۲ = ۲۰\,cm \Rightarrow ۳۵ - V_۲ = ۲۰\,cm^۳ \Rightarrow V_۲ = ۱۵\,cm^۳ \\ \text{طبق محاسبات وزنی - حجمی}: V_S = ۱۵\,cm^۳ \end{cases} \Rightarrow V_۲ = V_S \Rightarrow V_v = ۰$$

حجم تودهٔ خاک در حالت خشک

حجم دانه‌های جامد

که البته چنین چیزی غیرممکن است، چرا که در هیچ حالتی توده خاک نمی‌تواند فقط حاوی دانه‌های خاک باشد و هیچ فضای خالی در آن وجود نداشته باشد!

توجه ۲: اگر فرض کنیم که طراح اشتباه کرده و منظورش آن است که حجم ثانویه به $۲۰\,cm^۳$ رسیده است، در آن‌صورت می‌توان گفت در حد انقباض، به اندازهٔ $۵\,cm^۳$ $(V_w = V - V_S = ۲۰ - ۱۵ = ۵)$ آب داریم که معادل $۵\,gr$ است. پس حد انقباض برابر می‌شود با:

$$\omega_{SL} = \frac{W_w}{W_S} = \frac{۵}{۴۰} = \frac{۱}{۸} \Rightarrow SL = ۱۲/۵\%$$

کتاب خاک - تست (۱۶) صفحه (۵۶) و تست (۴۱) صفحه (۵۹)

نمونه‌ای از رس اشباع به حجم $۱۰۵\,cm^۳$ و وزن $۲۱۰\,gr$ بعد از خشک شدن در کوره $۱۵\,cm^۳$ کاهش حجم داده و وزنش نیز به $۱۷۵\,gr$ می‌رسد. چگالی دانه‌های جامد خاک کدام است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۲/۶ ۳) ۲/۶۷ ۴) ۲/۷۳

گزینه (۱)

راه حل اول:

$$\omega = \frac{W_w}{W_S} = \frac{۲۱۰ - ۱۷۵}{۱۷۵} = ۰/۲$$

$$\gamma = \frac{W}{V} = \frac{G_S(۱+\omega)}{۱+e}\gamma_w \xrightarrow[e=\omega G_S]{S_r=۱} \gamma = \frac{W}{V} = \frac{G_S(۱+\omega)}{۱+\omega G_S}\gamma_w \Rightarrow$$

$$\frac{۲۱۰}{۱۰۵} = \frac{G_S(۱+۰/۲)}{۱+۰/۲\times G_S}\times ۱ \Rightarrow G_S = ۲/۵$$

راه حل دوم:

$$V_w = \frac{W_w}{\gamma_w} = \frac{۲۱۰ - ۱۷۵}{۱} = ۳۵\,cm^۳$$

$$G_S = \frac{W_S}{V_S\,\gamma_w} = \frac{۱۷۵}{(۱۰۵ - ۳۵)\times ۱} = ۲/۵$$

نمونه‌ای از رس اشباع به حجم $۱۰۰\,cm^۳$ و به وزن ۲۱۰ گرم بعد از خشک شدن، حجمش $۹۰\,cm^۳$ و وزنش ۱۷۵ گرم می‌شود. حد انقباض این خاک برابر است با:

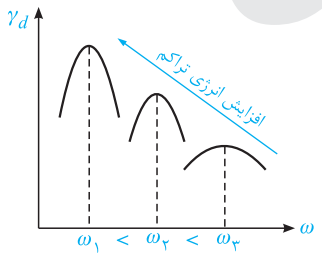
۱) ۰/۲ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۱۴ ۴) ۰/۲۸

گزینه (۳)

$$SL = \left[\frac{W_۱ - W_۲}{W_۲} - \frac{(V_i - V_d)\gamma_w}{W_۲}\right]\times ۱۰۰ = \left[\frac{۲۱۰ - ۱۷۵}{۱۷۵} - \frac{(۱۰۰ - ۹۰)\times ۱}{۱۷۵}\right]\times ۱۰۰ = ۱۴\%$$

۸۵- (۱)

شکل زیر منحنی تراکم برای چند خاک را نشان می‌دهد که تفاوت‌شان در انرژی تراکم آن‌ها می‌باشد:



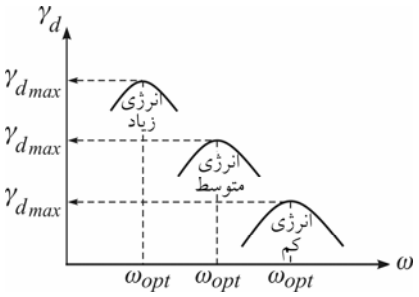
همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، با افزایش انرژی تراکم، منحنی تراکم به سمت بالا حرکت می‌کند، جمع‌تر می‌شود و رطوبت بهینه آن کاهش می‌یابد، بنابراین گزینهٔ (۱) پاسخ صحیح است.

کتاب خاک - توضیحات صفحه (۴۸)

دو عامل مؤثر در تراکم خاک‌ها عبارتند از:

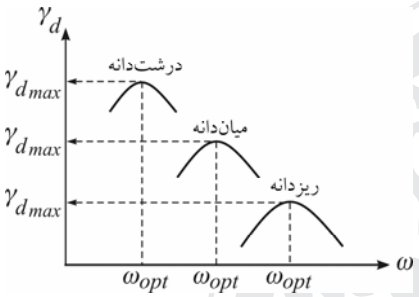
۱- انرژی تراکم:

اگر آزمایش تراکم برروی نمونه‌هایی از یک نوع خاک با انرژی‌های تراکم مختلف انجام شود، نتیجه آن به‌صورت شکل (۱-۲۵) خواهد بود. این شکل نشان می‌دهد که با افزایش انرژی تراکم از میزان رطوبت بهینه کاسته شده و به مقدار وزن مخصوص خشک حداکثر اضافه خواهد شد. به عبارت دیگر با افزایش انرژی، به تراکم بهتری می‌رسیم.

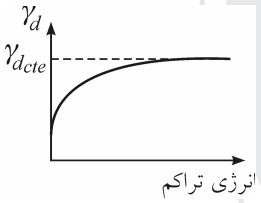


۲- نوع خاک:

اگر آزمایش تراکم با یک انرژی تراکم ثابت برای انواع خاک‌ها انجام شود، نتیجه آن به‌صورت شکل (۱-۲۶) خواهد بود. این شکل نشان می‌دهد خاک درشت‌دانه تراکم بهتری در مقایسه با سایر خاکها دارد.



تذکر (۱): با افزایش انرژی تراکم، وزن مخصوص خشک خاک به‌صورت شکل (۱-۲۷) افزوده می‌شود ولی این افزایش تا یک حد مشخص ادامه دارد و بعد از آن $\gamma_{d_{max}}$ ثابت می‌ماند. پس در یک کار عملی تعداد رفت و برگشت‌های غلتک نباید از یک مقدار مشخص بیشتر باشد، زیرا مفید واقع نخواهد شد و غیراقتصادی خواهد بود.



تذکر (۲): علت اینکه تراکم درشت‌دانه‌ها بهتر از ریزدانه‌ها انجام می‌شود آن است که ریزدانه‌ها سطح جانبی بیشتری نسبت به درشت‌دانه‌ها دارند. بنابراین برای آغشته کردن آنها با آب و کاهش اصطکاک، نیاز به رطوبت بیشتری است و این رطوبتِ بیشتر، فضای زیادتری از فضای خالی خاک را اشغال کرده و مانع تراکم بیشتر خاک می‌گردد.

تذکر (۳): در یک تودهٔ خاک هرچه دانه‌بندی کیفیت بهتری داشته باشد، تراکم خاک نیز بهتر خواهد بود.

سری عمران

مکانیک سیالات و هیدرولیک

کارشناسی ارشد

آزمون مکانیک سیالات و هیدرولیک در سال ۹۳ را می‌توان آزمونی متفاوت با آزمون‌های سال‌های اخیر دانست، زیرا اولاً تعداد سؤالات دشوار و جدید آن بیشتر بوده و ثانیاً درس هیدرولیک که معمولاً سؤالات روتین و ساده‌ای داشت، دشوار شده بود و سوالات آن نیز با نگرشی نو و مفهومی طرح شده بود.

سطح بندی سؤالات این آزمون به شرح زیر است:

۸ سوال مشکل (۸۷-۸۸-۹۰-۹۵-۹۶-۹۸-۹۹-۱۰۳)

۶ سوال متوسط (۸۹-۹۱-۹۳-۹۴-۱۰۰-۱۰۴)

۶ سوال ساده (۸۶-۹۲-۹۷-۱۰۱-۱۰۲-۱۰۵)

و اما کتاب‌های سیالات و هیدرولیک سری عمران...

ممکن است با دیدن ۱۴ سوال مشکل و متوسط تصور کنید که همه آن‌ها کاملاً جدید بوده‌اند و مشابهی نیز ندارند، اما این تصور اشتباه است زیرا از این ۱۴ سوال، ۸ سوال را می‌توانید عیناً و یا با تغییرات اندک در کتاب‌های سری عمران ببینید. علت این موضوع آن است که در تهیه تست‌ها و تمرین‌های این کتاب‌ها، مراجع بسیاری را بررسی کرده‌ایم که طراحان نیز از همین مراجع، تست طرح می‌کنند و مطمئن هستیم که این موضوع را در سال‌های آینده نیز خواهید دید،به خصوص در کتاب‌های نسل جدید سری عمران

گروه پاسخ دهندگان:

ساسان امیرافشاری، حسین فراهانی

سیالات و هیدرولیک

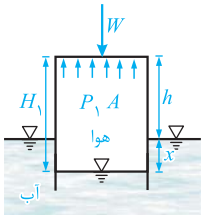
۸۶- (۲)

$$\frac{dx}{u}=\frac{dy}{v}\Rightarrow\frac{dx}{y}=\frac{dy}{-x}\Rightarrow xdx=ydy\xrightarrow{\int}-\frac{x^2}{2}=\frac{y^2}{2}+c\Rightarrow x^2+y^2=k$$

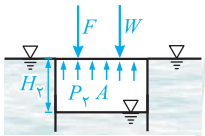
همانطورکه ملاحظه می‌کنید، معادلهٔ بدست آمده مربوط به یک دایره می‌باشد.

۸۷- (۱)

مشخصات مربوط به شکل (الف) را با اندیس (۱) و شکل (ب) را با اندیس (۲) را نشان داده و می‌نویسیم:



شکل (الف)



شکل (ب)

$$\sum F_y=W=P_1A\Rightarrow 20=P_1\times 0/2\Rightarrow P_1=100\,Pa$$

$$P_1=\gamma_w x\Rightarrow 100=(10^4)(x)\Rightarrow x=0/01m$$

$$\Rightarrow H_1=h+x=0/24+0/01=0/25m$$

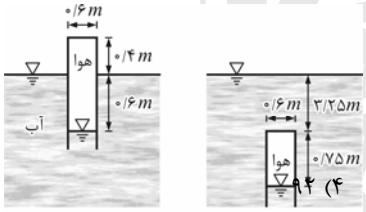
$$\begin{cases}P_1V_1=P_2V_2\\ V=AH\end{cases}\Rightarrow P_1H_1=P_2H_2\xrightarrow{P_2=\gamma_w H_2}100\times 0/25=(10^4\times H_2)\times(H_2)$$

$$\Rightarrow H_2=0/05m\xrightarrow{P_2=\gamma_w H_2}P_2=10^4\times 0/05=500Pa$$

$$\sum Fy=0\Rightarrow F+W=P_2A\Rightarrow F+20=500\times 0/2\Rightarrow F=80\,(N)$$

کتاب سیالات- تست (۳۴) صفحهٔ (۸۱)

یک استوانه را که در بالای آن هوا محبوس شده است، در دو وضعیت در داخل آب قرار می‌دهیم. در حالت اول استوانه در سطح آب شناور بوده و در حالت دوم آن را به صورت کامل داخل آب فرو می‌بریم. اگر دمای هوای محبوس داخل استوانه در حالت (۱) و (۲) یکسان باشد، فشار اتمسفر محلی چند کیلوپاسکال است؟ $(\gamma_w=10\,kN/m^3)$



حالت(۱) حالت(۲)

۱) ۱۰۴ ۲) ۱۰۰ ۳) ۹۶ ۴) ۹۴

گزینه (۳)

با توجه به ثابت ماندن دما، برای هوای محبوس حالت‌های (۱) و (۲) می‌توان رابطهٔ زیر را نوشت:

$$PV=mRT\ ,\ T=const\ \Rightarrow\ PV=const\ \Rightarrow\ P_1V_1=P_2V_2$$

$$(P_{atm}+0/6\times 10)(A\times 1)=(P_{atm}+4\times 10)(A\times 0/75)\ \Rightarrow\ P_{atm}=96\,kPa$$

۸۸- (۲)

ارتفاع متاسنتریک به صورت زیر به‌دست می‌آید:

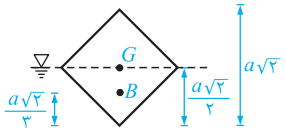
$$\overline{MG}=\overline{MB}-\overline{GB}$$

$\frac{I}{\forall_d}$ از هندسهٔ شکل به‌دست می‌آید.

حالت (۱):

$$\overline{MB}=\frac{I}{\forall_d}=\frac{\frac{(a\sqrt{2})^3L}{12}}{0/5a^2L}=\frac{a\sqrt{2}}{3}$$

$$\forall d=0/5\forall=0/5a^2L$$

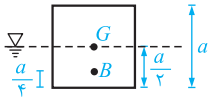


$$\overline{GB}=\frac{a\sqrt{2}}{2}-\frac{a\sqrt{2}}{3}=\frac{a\sqrt{2}}{6}$$

$\Rightarrow\overline{MG_1}=\overline{MB}-\overline{GB}=\frac{a\sqrt{2}}{3}-\frac{a\sqrt{2}}{6}=\frac{a\sqrt{2}}{6}>0\Rightarrow$ الوار در این حالت پایدار است.

حالت (۲):

$$\overline{MB} = \frac{I}{\forall_d} = \frac{\frac{a^3 L}{12}}{0/5 a^2 L} = \frac{a}{6}$$

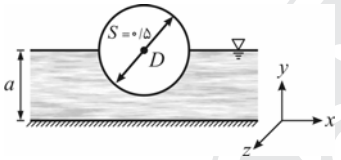


$$\overline{GB} = \frac{a}{2} - \frac{a}{4} = \frac{a}{4}$$

$\Rightarrow \overline{MG_2} = \overline{MB} - \overline{GB} = \frac{a}{6} - \frac{a}{4} = -\frac{a}{12} < 0 \Rightarrow$ الوار در این حالت ناپایدار است.

کتاب سیالات- تست (۹۵) صفحهٔ (۱۴۲) که سؤال کنکور سراسری ۸۳ است.

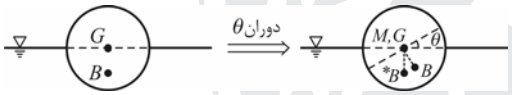
استوانه‌ای همگن به قطر D و ارتفاع h (عمود بر صفحهٔ کاغذ) مطابق شکل بر روی آبی به عمق a شناور است. چگالی نسبی استوانه برابر با ۰/۵ می‌باشد. اگر پایداری (تعادل) این استوانه در مقابل دوران حول محور z مورد بررسی قرار گیرد، کدام گزینه صحیح است؟ (مرکز سطح نیم‌دایره به فاصلهٔ $\frac{4r}{3\pi}$ از مرکز دایره واقع شده است.)



۱) استوانه ناپایدار است.
۲) استوانه پایدار است.
۳) استوانه در وضعیت خنثی قرار دارد.
۴) اطلاعات مسئله برای بررسی پایداری استوانه کافی نیست.

گزینه (۳)

با نوشتن رابطه تعادل نیروها در امتداد قائم (برای استوانه)، خواهیم داشت:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow W = F_B \Rightarrow (0/5\gamma_w)(V) = (\gamma_w)(V_d) \Rightarrow V_d = \frac{1}{2}V$$

از رابطه فوق نتیجه می‌شود که استوانه تا نیمه در آب است. حال استوانه را به اندازه زاویه کوچک θ حول محور z دوران داده و موقعیت متاسنتر (M) را مشخص می‌کنیم:

همان‌طور که ملاحظه می‌شود در این حالت M و G بر هم منطبق می‌باشند، بنابراین $\overline{MG} = 0$ و تعادل استوانه خنثی است.

توضیح: البته اگر در تست کتاب ارتفاع متاسنتریک را (مثل حل ارائه شده) برای استوانهٔ مدور محاسبه کنیم، $\overline{MG} = 0$ به‌دست می‌آید. بنابراین تعادل آن خنثی است.

۸۹- (۲)

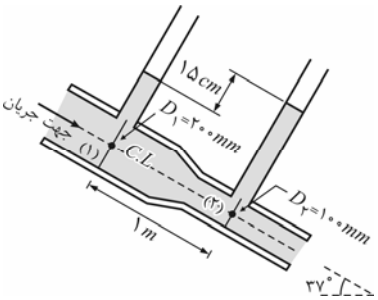
$$\tau_0 = \frac{\gamma \Delta H D}{4L}$$

$$\begin{cases} z_1 + \frac{P_1}{\gamma} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \Delta H \\ \Delta z = 5 \times \sin 30^\circ = 5 \times 0/5 = 2/5\,m \qquad \Rightarrow 2/5 + 1/5 = \Delta H \Rightarrow \Delta H = 4\,m \\ \frac{P_1 - P_2}{\gamma_w} = \sqrt{3}\cos 30^\circ = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 1/5\,m \quad \text{(اختلاف ارتفاع قائم دو پیزومتر ملاک است)} \end{cases}$$

$$\tau_0 = \frac{\gamma \Delta H D}{4L} = \frac{8000 \times 4 \times 0/2}{4 \times 5} = 320\ (Pa)$$

کتاب سیالات- تمرین (۶-۲) صفحهٔ (۲۶۸) و تست (۵) صفحهٔ (۴۶۵)

مطابق شکل روبرو، آب در داخل یک لوله جریان دارد. با صرف‌نظر از کلیه تلفات، شدت جریـان آب را به‌دست آورید. ($\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$, $\pi \simeq ۳$)



حل: می‌دانیم ارتفاع قائم سیال در پیزومتر، نشانگر ارتفاع نظیر فشار $(\frac{P}{\gamma})$ در نقطه‌ای است که پیزومتر در آن قرار دارد. بنابراین با توجه به شـکل می‌توان نوشت:

$$\frac{P_۲}{\gamma}-\frac{P_۱}{\gamma}=۰/۱۵\times\cos ۳۷^\circ=۰/۱۲\ m$$

اگر سطح افقی گذرنده از نقطهٔ (۲) را به‌عنوان سطح مبنا انتخاب کنیم، در آن صورت خواهیم داشت:

$$z_۲=۰\ ,\ z_۱=۱\times\sin ۳۷^\circ=۰/۶\ m$$

با نوشتن معادله پیوستگی جریان بین دو مقطع (۱) و (۲) به‌دست می‌آید:

$$V_۲=(\frac{D_۱}{D_۲})^۲V_۱\ \Rightarrow\ V_۲=(\frac{۲۰۰}{۱۰۰})^۲V_۱\ \Rightarrow\ V_۲=۴V_۱$$

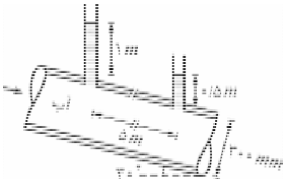
حال اگر معادله برنولی را بین دو نقطه (۱) و (۲) بنویسیم و مقادیر به‌دست آمدهٔ فـوق را در ایـن معادلـه جـایگزین کنـیم، در آن صـورت خـواهیم داشت:

$$z_۱+\frac{V_۱^۲}{۲g}+\frac{P_۱}{\gamma}=z_۲+\frac{V_۲^۲}{۲g}+\frac{P_۲}{\gamma}\ \Rightarrow\ ۰/۶+\frac{V_۱^۲}{۲g}=۰+\frac{۱۶V_۱^۲}{۲g}+۰/۱۲\ \Rightarrow\ V_۱=۰/۸\ m/s$$

و در نهایت، مقدار شدت جریان (دبی حجمی) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$Q=VA=(۰/۸)(\frac{\pi\times ۰/۲^۲}{۴})=۰/۰۲۴\ m^۳/s\ =۲۴\ lit/s$$

در شکل مقابل مقدار تنش برشی در جدار لوله و نیز در فاصله ۳۰ میلیمتری از محور لوله به‌ترتیب برابر است با: ($\gamma_w=۱۰\ kN/m^۳$ و جریان آرام است.)



۱) ۷۵ Pa و ۷/۵ Pa
۲) ۴۵۰ Pa و ۹۰ Pa
۳) ۷۵ Pa و ۱۵ Pa
۴) ۴۵۰ Pa و ۴۵ Pa

گزینه (۲)

سرعت جریان در لوله ثابت است بنابراین افت انرژی، مجموع افت فشار و افت ارتفاع خواهد بود:

$$\Delta H=\frac{\Delta P}{\gamma}+\Delta z=(۱-۰/۵)+(۵\sin ۳۰)=۳\ m$$

$$\tau_۰=\frac{\Delta H\,\gamma D}{۴L}=\frac{(۳)(۱۰^۴)(۰/۳)}{۴\times ۵}=۴۵۰\ Pa$$

$$\tau=\tau_۰(\frac{r}{r_۰})=۴۵۰(\frac{۳۰}{۱۵۰})=۹۰\ Pa$$

توجه: ΔH میزان افت انرژی ناشی از اصطکاک در طول L از لوله می‌باشد. به‌طور کلی در لوله‌های مستقیم با سطح مقطع ثابت، افـت انـرژی تنهـا ناشی از اصطکاک است.

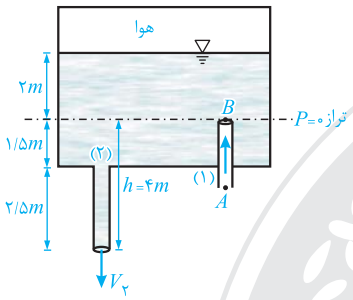
۹۰- (۳)

از آن‌جا که هوا درحال ورود به مخزن است، بنابراین لازم است در لولهٔ شماره (۱) فشار منفی داشته باشیم. با نوشتن رابطه برنولی بین نقاط خارج لوله (۱) یعنی نقطه A و انتهای همین لوله (نقطهٔ B) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} P_A + \frac{1}{2}\rho V_A^2 = P_B + \frac{1}{2}\rho V_B^2 \\ P_A = 0 \ , \ V_A = 0 \ \text{(در هوای آزاد سرعت و فشار صفراست)} \\ V_B = 0 \ \text{(داخل مخزن سرعت صفر است)} \end{cases}$$

$\Rightarrow P_B = 0 \Rightarrow$ تراز فشار صفر در مخزن، همان نقطه بالایی (انتهایی) لوله راه است. یعنی در فاصله $1/5m$ از کف مخزن

حال با نوشتن رابطه توریچلی و در نظر گرفتن تراز $P = 0$ مطابق شکل، سرعت خروجی از لوله (۲) برابر می‌شود با:



$$V_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2g \times 4} = 2\sqrt{2g}$$

۹۱- (۴)

برای حل این سؤال کافیست رابطه پیوستگی را به صورت مقابل بنویسیم:

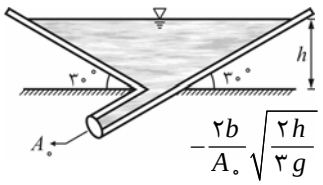
$$\left(\frac{d\forall}{dt}\right) = (VA)_{\text{خروجی}}$$

$$-\frac{dy}{dt}A_{\text{مخزن}} = VA \Rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{A_{\text{خروجی}}}{A_{\text{مخزن}}} \times \sqrt{2gy} = -\frac{\pi d^2}{4BL}\sqrt{2gy}$$

$A_{\text{خروجی}} \to \frac{\pi d^2}{4}$ ، $A_{\text{مخزن}} \to BL$ ، توریچلی $\to V = \sqrt{2gy}$

کتاب سیالات- تست (۱۸) صفحهٔ (۲۸۹)

در کف یک مخزن مثلثی شکل به عرض b متر، روزنه‌ای به مساحت A_0 تعبیه شده است. میزان تغییرات ارتفاع آب نسبت به زمان $\left(\frac{dh}{dt}\right)$ در این مخزن کدام است؟ (از تلفات صرف‌نظر کنید.)



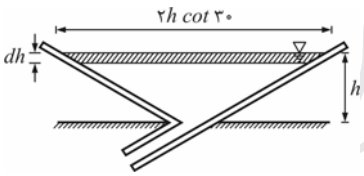
۱) $-\frac{A_0}{2b}\sqrt{\frac{2g}{3h}}$

۲) $-\frac{A_0}{2b}\sqrt{\frac{3g}{h}}$

۳) $-\frac{2b}{A_0}\sqrt{\frac{3h}{2g}}$

۴) $-\frac{2b}{A_0}\sqrt{\frac{2h}{3g}}$

گزینه (۱)



$$\begin{cases} Q = Q_0 \ \text{(معادله پیوستگی)} \\ Q_0 = V_0 A_0 = \sqrt{2gh} \times A_0 \\ Q = A(h)\left[-\frac{dh}{dt}\right] \ , \ A(h) = b \times 2h\cot 30^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow -2\sqrt{3}bh\left(\frac{dh}{dt}\right) = A_0\sqrt{2gh} \Rightarrow \frac{dh}{dt} = -\frac{A_0}{2b}\sqrt{\frac{2g}{3h}}$$

۹۲- (۲)

می‌دانیم توان حاصل‌ضرب نیرو در سرعت است، بنابراین می‌نویسیم:

$$\text{توان}\ P = FV = \rho V^{۲} L^{۲} \times V = \rho V^{۳} L^{۲}$$

$$\frac{P_m}{P_p} = \frac{(\rho V^{۳} L^{۲})_m}{(\rho V^{۳} L^{۲})_p} = \frac{\rho_m}{\rho_p} \times (\frac{V_m}{V_p})^{۳} \times (\frac{L_m}{L_p})^{۲}$$

$$\text{جریان عبوری از زیر دریچه} \xrightarrow{\text{عدد فرود مهم است}} Fr_m = Fr_p \Rightarrow (\frac{V}{\sqrt{gL}})_m = (\frac{V}{\sqrt{gL}})_p \Rightarrow \frac{V_m}{V_p} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}} = \sqrt{\frac{۱}{۱۰}} = \frac{۱}{۱۰}$$

$$\Rightarrow \frac{P_m}{P_p} = ۱ \times (\frac{۱}{۱۰})^{۳} \times (\frac{۱}{۱۰۰})^{۲} = \frac{۱}{۱۰^{۷}} \Rightarrow \frac{۰/۰۰۲}{P_p} = \frac{۱}{۱۰^{۷}} \Rightarrow P_p = ۲ \times ۱۰۰^{۴}\ \frac{j}{s} = ۲۰\ \frac{kj}{s}$$

کتاب سیالات- تست (۱) صفحهٔ (۵۳۱) که سؤال کنکور سراسری ۹۲ است

یک مدل هیدرولیکی از حوضچهٔ آرامش یک سد با مقیاس $\frac{۱}{۵۰}$ ساخته شده است. اگر استهلاک انرژی کل در مدل آزمایشگاهی در یک زمان مشخص ۱ ژول باشد، مقدار استهلاک انرژی کل در مدل واقعی در زمان نظیر آن چند ژول است؟ (سیال مورد استفاده در هر دو مدل یکسان است)

۱) $۵۰^{\frac{۵}{۲}}$ ۲) ۵۰ ۳) $۵۰^{\frac{۷}{۲}}$ ۴) $۵۰^{۴}$

گزینه (۴)

با توجه به‌صورت سؤال، انرژی (یا همان کار) تلف شده در نمونهٔ اصلی (E_p یا W_p) موردنظر می‌باشد. از آنجاکه حوضچهٔ آرامش را مدل‌سازی نموده‌ایم، عدد فرود اهمیت پیدا می‌کند و باید این عدد در مدل و نمونهٔ اصلی یکسان باشد. بنابراین طبق مطالب گفته شده در قسمت (۸-۴) از فصل هشتم داریم:

$$Fr_m = Fr_p \Rightarrow V_r = \sqrt{L_r}$$

حال نسبت کار در مدل به نمونهٔ اصلی را تشکیل می‌دهیم. برای محاسبهٔ کار، از رابطهٔ $W = F.L$ استفاده کرده و در آن نیروی F را به‌صورت $F = \rho V^{۲} A$ در نظر می‌گیریم.

$$\frac{W_m}{W_p} = \frac{(F.L)_m}{(F.L)_p} \xlongequal{\rho_m = \rho_p} V_r^{۲} \times L_r^{۲} \times L_r = (\sqrt{L_r})^{۲} \times L_r^{۳} = L_r^{۴} \quad , \quad W_m = ۱$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{W_p} = (\frac{۱}{۵۰})^{۴} \Rightarrow W_p = ۵۰^{۴}\ (j)$$

۹۳- (۳)

با کمک رابطه برنولی و رابطهٔ مانومتری محاسبهٔ فشار، داریم:

الف) برنولی

$$\frac{P_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^{۲}}{۲g} = \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^{۲}}{۲g}$$

$$V_۱ A_۱ = V_۲ A_۲ \xrightarrow{A = \frac{\pi D^{۲}}{۴}} V_۱ D_۱^{۲} = V_۲ D_۲^{۲} \Rightarrow V_۱ \times ۸/۵^{۲} = ۴ \times ۴/۲۵^{۲} \Rightarrow V_۱ = ۱\frac{m}{s}$$

$$\frac{P_۱}{\gamma} + \frac{۱^{۲}}{۲۰} = \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{۴^{۲}}{۲۰} \Rightarrow \frac{P_۱ - P_۲}{۱۰} = \frac{۱۶-۱}{۲۰} \Rightarrow P_۱ - P_۲ = ۷/۵ (KPa)$$

ب) رابطهٔ مانومتری فشار

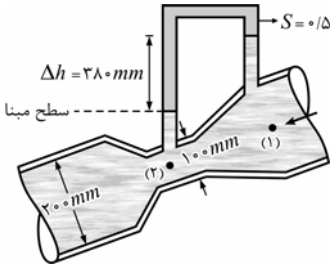
$$P_۱ + h\gamma_w - sh\gamma_w = P_۲ \Rightarrow P_۱ - P_۲ = (s-۱) h \gamma_w$$

و در نهایت از تساوی روابط به‌دست آمده خواهیم داشت:

$$\Rightarrow ۷/۵ = (s-۱) \times ۰/۷۵ \times ۱۰ \Rightarrow s - ۱ = ۱ \Rightarrow s = ۲$$

کتاب سیالات- تمرین (۶-۵) صفحهٔ (۲۷۰)

در شکل مقابل، دبی آب عبوری از لوله وانتوری را به‌دست آورید. تلفات (افت ارتفاع) بین لوله اصلی و گلوگاه وانتوری متر برابر $0/2\frac{V_1^2}{2g}$ است. ($\pi \simeq 3$)



حل: با استفاده از معادله برنولی و رابطه مانومتری محاسبه فشار، خواهیم داشت:

$$z_1+\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}=z_2+\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+\Delta H \Rightarrow \frac{P_1-P_2}{\gamma}=(z_2-z_1)+\frac{V_2^2-V_1^2}{2g}+\Delta H$$

$$P_1-[(-z_1)+\Delta h]\gamma+\Delta h\,\gamma_0+(-z_2)\gamma=P_2 \Rightarrow \frac{P_1-P_2}{\gamma}=(z_2-z_1)+\Delta h\left(1-\frac{\gamma_0}{\gamma}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{V_2^2-V_1^2}{2g}+\Delta H=\Delta h\left(1-\frac{\gamma_0}{\gamma}\right)$$

حال با به‌کارگیری رابطهٔ به‌دست آمده و معادله پیوستگی جریان می‌نویسیم:

$$\begin{cases}\frac{V_2^2-V_1^2}{2g}+\Delta H=\Delta h\left(1-\frac{\gamma_0}{\gamma}\right),\ \gamma=\gamma_w\\ V_2=V_1\left(\frac{A_1}{A_2}\right)=V_1\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\end{cases} \Rightarrow \frac{V_1^2}{2g}\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4-\frac{V_1^2}{2g}+0/2\frac{V_1^2}{2g}=\Delta h(1-S)$$

$$\Rightarrow \frac{V_1^2}{2\times 10}\left[\left(\frac{0/2}{0/1}\right)^4-1+0/2\right]=0/38\times(1-0/5) \Rightarrow V_1=0/5\ m/s$$

$$Q=A_1V_1=\left(\frac{\pi\times 0/2^2}{4}\right)(0/5)=0/015\ m^3/s=15\ lit/s$$

۹۴-(۱)

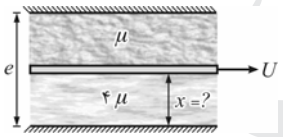
مجموع نیروهای وارد بر دو طرف صفحه با استفاده از قانون لزجت نیوتن به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$F=(\tau A)_1+(\tau A)_2=4\mu\frac{VA}{t-y}+3\frac{VA}{y}=3VA\left(\frac{4}{t-y}+\frac{1}{y}\right)$$

برای حداقل شدن F: $\frac{dF}{dy}=0 \Rightarrow \mu VA\left[\frac{4}{(t-y)^2}-\frac{1}{y^2}\right]=0 \Rightarrow \frac{4}{(t-y)^2}=\frac{1}{y^2} \Rightarrow \frac{2}{t-y}=\frac{1}{y} \Rightarrow 2y=t-y \Rightarrow y=\frac{t}{3}$

کتاب سیالات- تست (۲۵) صفحهٔ (۳۲)

یک ورق نازک مطابق شکل، بین دو سطح ثابت که به فاصله اندک e از یکدیگر قرار گرفته‌اند، حرکت داده می‌شود. اگر در یک طرف صفحه متحرک، روغن با ویسکوزیته μ و در طرف دیگر آن روغن با ویسکوزیته 4μ وجود داشته باشد، صفحه متحرک باید در چه فاصله‌ای از سطح پایینی قرار گیرد تا نیروی لازم جهت کشیدن آن با سرعت ثابت U حداقل شود؟



۱) $\frac{e}{3}$ ۲) $\frac{e}{2}$ ۳) $\frac{2e}{3}$ ۴) $\frac{3e}{4}$

$$\sum F_x=0 \Rightarrow F=F_f=VA\left(\frac{\mu_1}{h_1}+\frac{\mu_2}{h_2}\right)=UA\left(\frac{\mu}{e-x}+\frac{4\mu}{x}\right)$$

$$\frac{dF}{dx}=0 \Rightarrow \frac{1}{(e-x)^2}-\frac{4}{x^2}=0 \Rightarrow \frac{1}{e-x}=\pm\frac{2}{x} \Rightarrow x=2e\ ,\ x=\frac{2e}{3}$$

جواب $x=2e$ عملاً غیر قابل قبول است، بنابراین فاصله صفحه متحرک از صفحه پایینی برابر $x=\frac{2e}{3}$ می‌باشد.

۹۵- (۳)

$$\alpha = \frac{1}{A}\int \left(\frac{V(y)}{\bar{V}}\right)^3 dA$$

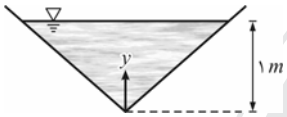
$$dA = 2y\,dy \quad , \bar{V} = \frac{1}{A}\int_0^1 V(y)\,dy = \frac{1}{1}\times\int_0^1 ky\times 2y\,dy = 2k\left.\frac{y^3}{3}\right]_0^1 = \frac{2k}{3}$$

$$A = zy^2 = 1\times 1^2 = 1m^2$$

$$\alpha = \frac{1}{1}\times\int_0^1 \left(\frac{ky}{2\frac{k}{3}}\right)^3\times 2y\,dy = \frac{27}{4}\int_0^1 y^4 dy = \frac{27}{4}\times\left.\frac{y^5}{5}\right]_0^1 = \frac{27}{4}\times\frac{1}{5} = 1/35$$

کتاب سیالات- تست (۲۶) صفحهٔ (۲۹۱)

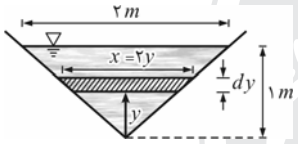
جریان آب با دبی $2\,m^3/s$ و عمق یک متر در یک کانال مثلثی با زاویه رأس ۹۰ درجه برقرار است. توزیع سرعت در مقطع جریان از رابطه $u(y) = ky$ پیروی می‌کند که در آن y از کف کانال اندازه‌گیری می‌شود و k ضریب ثابتی می‌باشد. ضریب تصحیح انرژی جنبشی (α) برابر چند به‌دست می‌آید؟



۱) ۱ ۲) ۱/۱۲۵ ۳) ۱/۳۵ ۴) ۱/۵

گزینه (۳)

با انتخاب المان سطح dA مطابق شکل، خواهیم داشت:



$$dA = 2y\,dy$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$V = \frac{1}{A}\int u\,dA = \frac{1}{1}\int_0^1 (ky)(2y\,dy) = \frac{2k}{3} \quad \text{و} \quad \alpha = \frac{1}{A}\int\left(\frac{u}{V}\right)^3 dA$$

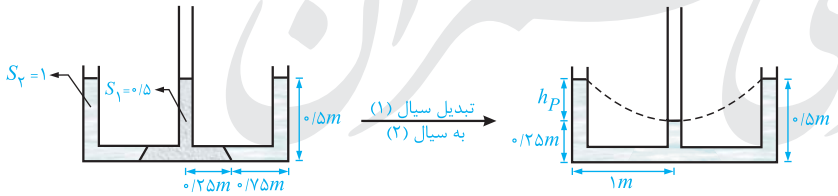
$$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{1}\int\left[\frac{ky}{\frac{2k}{3}}\right]^3 (2y\,dy) = \int_0^1 \frac{27}{4}(y^4)dy = \frac{27}{20} = 1/35$$

۹۶- (۱)

این سوال اساسا ایراد دارد! چرا که در وضعیت سکون (قبل از دوران) وضعیت داده شده برای سیال‌ها نمی‌تواند برقرار باشد. علت آن است که با توجه به آن‌که نقاط هم‌تراز، هم‌فشار هستند، باید $P_A = P_B$ باشد که این طور نیست!

$$\left.\begin{aligned} P_A &= \gamma_1 h_1 = 1\times\gamma_w\times 0/25 = 0/25\gamma_w \\ P_B &= \gamma_2 h_2 = 0/5\times\gamma_w\times 1 = 0/5\gamma_w \end{aligned}\right\} \Rightarrow P_A \neq P_B$$

ولی اگر این ایراد را در نظر نگیریم، طبق نظر طراح، در وضعیت نهایی شکل مایعات در لوله‌ها به صورت زیر خواهد بود:



توضیح آنکه با توجه به چگالی سیال در لولهٔ وسطی $(S_1 = 0/5)$ می‌توان $0/5\,m$ ارتفاع آن را با $0/25\,m$ سیال با چگالی $S_2 = 1$ معادل نمود.

حال با توجه به ارتفاع سهمی‌گون نشان داده شده در شکل، خواهیم داشت:

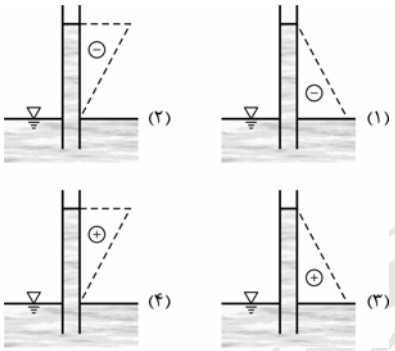
$$\begin{cases} h_p = \dfrac{\omega^2 r^2}{2g} \\ h_p = 0/5 - 0/25 = 0/25\,m \end{cases} \Rightarrow \frac{\omega^2\times 1^2}{2g} = 0/25 \Rightarrow \omega^2 = \frac{g}{2} \Rightarrow \omega = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{g}$$

۹۷- (۴)

می‌دانیم در داخل لوله موئینه، چون در سیالِ بالاتر از تراز $P=0$ فشار منفی بوده و به صورت خطی تغییر می‌کند، از این رو توزیع فشار در لوله مطابق حالت (۳) بوده و بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

کتاب سیالات- تست (۱۰) صفحهٔ (۵۱۹) که سؤال کنکور سراسری ۹۰ است

توزیع صحیح فشار در بالاآمدگی سیال در داخل یک لوله موئین کدام گزینه است؟



۱) ۱
۲) ۴
۳) ۳
۴) ۲

گزینه (۴)

در سطح آزاد مایع فشار نسبی برابر صفر بوده که با حرکت به سمت بالا و پایین در مایع، فشار به‌ترتیب کم و زیاد می‌شود، پس فشار نسبی نیز به‌ترتیب منفی و مثبت خواهد شد. در این سؤال با بالا رفتن از سطح آزاد در لولهٔ مویین، فشار از صفر به مقدار $-\gamma h_c$ خواهد رسید. بنابراین پاسخ صحیح حالت (۲) یا همان گزینه (۴) است.

توجه: سطح مایع در لولهٔ مویین سطح آزاد مایع به حساب نمی‌آید.

۹۸- (۲)

در جریان آب در کانال‌های روباز، توزیع فشار در هر دو راستای گفته شده در صورت سؤال هیدرواستاتیک است. توجه کنید که شدت شیب کف کانال ($\theta<6^\circ$ یا $\theta>6^\circ$) تأثیری در این موضوع ندارد.

تذکر: لازم به ذکر است در کانال‌های با کف محدب یا مقعر، توزیع فشار غیر هیدرواستاتیک می‌شود. چرا که در آنجا ذرات سیال دارای شتاب گریز از مرکز یا جانب مرکز نیز می‌باشند.

۹۹- (۴)

پخش شدن جریان در بستر نسبتاً مسطح خاکی، باعث می‌شود ضمن ثابت باقی ماندن مساحت مقطع جریان (طبق صورت سؤال)، پیرامون مرطوب مقطع (P) افزایش یابد. به‌همین علت خواهیم داشت:

$$Q=\frac{1}{n}AR^{\frac{2}{3}}S^{\frac{1}{2}}\xrightarrow{R=\frac{A}{P}}Q=\frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}}S^{\frac{1}{2}}\xrightarrow{A\text{ و }S\text{ ثابت}}Q\propto\frac{1}{nP^{\frac{2}{3}}}$$

فرض (۱): اگر بدانیم $n_{\text{بتن}}>n_{\text{بستر خاکی}}$ است، چون $P_{\text{الف}}>P_{\text{ب}}$ می‌باشد، بنابراین $Q_{\text{الف}}>Q_{\text{ب}}$ به‌دست می‌آید. در این‌صورت گزینهٔ (۱) صحیح خواهد بود.

فرض (۲): ممکن است طراح عزیز! در نظر داشته باشد که چون اطلاعاتی در مورد n مصالح نداریم، گزینهٔ (۴) پاسخ صحیح این تست می‌باشد.

۱۰۰-(۳)

ابتدا با استفاده از رابطه عمق‌های متناوب در قبل و بعد از دریچه، دبی درادامه عرض جریان را می‌یابیم:

$$\frac{q^2}{2g}=\frac{y_1^2y_2^2}{y_1+y_2}=\frac{4^2\times1^2}{4+1}\Rightarrow\frac{q^2}{20}=\frac{16}{5}\Rightarrow q^2=64\Rightarrow q=8\ \frac{m^3/s}{m}$$

بنابراین سرعت جریان در مقطع پس از دریچه (مقطع (۲)) برابر می‌شود با:

$$V_2=\frac{q}{y_2}=\frac{8}{1}=8\frac{m}{s}\Rightarrow Fr_2=\frac{V_2}{\sqrt{gy_2}}=\frac{8}{\sqrt{10\times1}}=\frac{8}{\sqrt{10}}$$

در نهایت با نوشتن رابطه اعماق مزدوج (بین y_2 عمق اولیه پرش و y عمق ثانویه پرش) y را می‌یابیم:

$$\frac{y}{y_2}=\frac{1}{2}(\sqrt{1+8Fr_2^2}-1)\Rightarrow\frac{y}{1}=\frac{1}{2}(\sqrt{1+8\times(\frac{8}{\sqrt{10}})^2}-1)=\frac{1}{2}(\sqrt{1+8\times\frac{64}{10}}-1)$$

$$\Rightarrow y=\frac{1}{2}(\sqrt{52/2}-1)\simeq 3/1m$$

البته طراح این سوال اعداد نامناسبی را برای محاسبه پایانی انتخاب کرده بود. ولی با کمی تقریب نیز می‌توانستیم بگوییم:

$$y=\frac{1}{2}(\sqrt{52/2}-1)>\frac{1}{2}(\sqrt{49}-1)=\frac{7-1}{2}=3\Rightarrow \text{است } 3m \text{ کمی بیشتر از } y\Rightarrow y=3/1m$$

۱۰۱-(۴)

$$\begin{cases}\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{S_0-S_f}{1-Fr^2}\\ dx=22dy\Rightarrow\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1}{22}\end{cases}\Rightarrow\frac{1}{22}=\frac{0/001-0/021}{1-Fr^2}\Rightarrow 1-Fr^2=22\times(-0/02)=-0/44\Rightarrow Fr^2=1/44\Rightarrow Fr=1/2$$

از طرفی چون $\frac{dy}{dx}=\frac{1}{22}>0$ است، جریان صعودی بوده و طبق گزینه‌ها، پروفیل‌های سطحی M_3 و یا S_3 می‌باشد.

کتاب هیدرولیک - تست (۴) صفحهٔ (۲۶۱) و تست (۲۱) صفحهٔ (۲۶۵)

جریانی در یک کانال مثلثی با شیب کف $S_0=0/04$ و افت انرژی کل ۵/۶ متر در هر ۱۰۰ متر از طول کانال برقرار است. اگر در مقطعی از جریان، عمق برابر ۵ متر و سرعت متوسط مقطع $3\ m/s$ باشد، گرادیان تغییر عمق در جهت جریان در این مقطع کدام است؟

۱) $2/5\times10^{-2}$ ۲) $-2/5\times10^{-2}$ ۳) 4×10^{-3} ۴) -4×10^{-3}

گزینه (۲)

باید $\frac{dy}{dx}$ را بیابیم.

$$\frac{dy}{dx}=\frac{S_0-S_f}{1-Fr^2}$$

$$Fr=\frac{V}{\sqrt{gD}}=\frac{V}{\sqrt{g\times\frac{y}{2}}}=\frac{3}{\sqrt{10\times\frac{5}{2}}}=0/6$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{0/04-0/056}{1-0/6^2}=-2/5\times10^{-2}$$

با توجه به معادلهٔ پروفیل جریان متغیر تدریجی $\frac{dy}{dx}=\frac{S_0-S_f}{1-Fr^2}$ به‌طوری که S_0 و S_f به ترتیب شیب بستر و شیب خط انرژی و Fr عدد فرود است، اگر عمق جریان (y) حد واسط عمق بحرانی و عمق نرمال جریان (y_n) باشد: $(y_n>y>y_c)$

۱) پروفیل جریان از نوع M_2 ، $\frac{dy}{dx}<0$

۲) پروفیل جریان از نوع M_2 ، $\frac{dy}{dx}>0$

۳) پروفیل جریان از نوع M_3 ، $\frac{dy}{dx}<0$

۴) پروفیل جریان از نوع M_3 ، $\frac{dy}{dx}>0$

گزینه (۱)

با توجه به این‌که $y_n>y>y_c$ است، پروفیل جریان از نوع M_2 بوده که یک پروفیل نزولی است. بنابراین $\frac{dy}{dx}<0$ می‌باشد.

۱۰۲-(۱)

$$\tau_0=\gamma RS=\gamma yS\Rightarrow 1=10^4\times1\times S\Rightarrow S=10^{-4}$$

$$q=\frac{1}{n}y^{\frac{5}{3}}S^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{0/01}\times1^{\frac{5}{3}}\times(10^{-4})^{\frac{1}{2}}=1\frac{m^3/s}{m}$$

کتاب هیدرولیک – تست (۱۲) صفحهٔ (۱۹۵)

آب با دبی در واحد عرض $4\ \frac{m^3/s}{m}$ در کانال مستطیلی عریضی با عمق ۱ متر جریان دارد. اگر ضریب مانینگ مجرا $n = 0/01$ باشد، تنش برشی متوسط روی محیط خیس شده این کانال چند Pa است؟

۱) ۱۶۰ ۲) ۱۶ ۳) ۴۰۰ ۴) ۴۰

گزینه (۲)

$\tau = \gamma RS \ , \ R \simeq y = 1\,m$ (کانال مستطیلی عریض)

از طرفی با توجه به رابطهٔ مانینگ برای کانال مستطیلی عریض، شیب کف کانال (S) به‌دست می‌آید:

$$q = \frac{1}{n} y^{\frac{5}{3}} S^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 4 = \frac{1}{0/01} \times 1^{\frac{5}{3}} \times S^{\frac{1}{2}} \Rightarrow S = 0/0016$$

بنابراین تنش برشی متوسط روی محیط خیس کانال برابر است با:

$$\tau = \gamma RS = 10^4 \times 1 \times 0/0016 = 16\ Pa$$

۱۰۳-(۳)

اگر ناظری را روی موج در نظر بگیریم که با سرعت موج (V_S) در حال حرکت به بالادست باشد، در این صورت سرعت جریان در مقاطع (۱) و (۲) نسبت به این ناظر برابر می‌شود با:

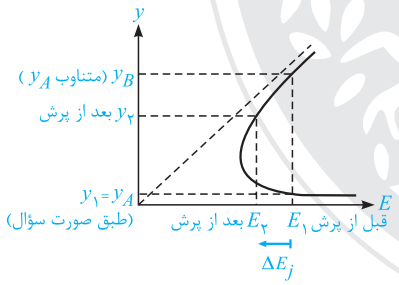
$$\overline{V_1} = V_1 + V_S \ , \overline{V_2} = V_2 + V_S$$

در نتیجه رابطهٔ پیوستگی بین مقاطع (۱) و (۲) به صورت زیر خواهد بود:

$$\overline{V_1} y_1 = \overline{V_2} y_2 \Rightarrow (V_1 + V_S) y_1 = (V_2 + V_S) y_2$$

۱۰۴-(۱)

عمق‌های گفته شده را روی منحنی $E - y$ نمایش می‌دهیم:



$$\Rightarrow y_B > y_2$$

کتاب هیدرولیک – تمرین (۳-۱۱) صفحهٔ (۱۴۸)

اگر y_1 و y_2 عمق‌های قبل و بعد از پرش هیدرولیکی و y_1' و y_2' عمق های متناوب نظیر هر یک باشند، کدام مقایسه پیرامون این ۴ عمق صحیح است؟

۱) $y_2' > y_1'$ ۲) $y_2 > y_1'$ ۳) $y_2' > y_1$ ۴) هیچ‌کدام

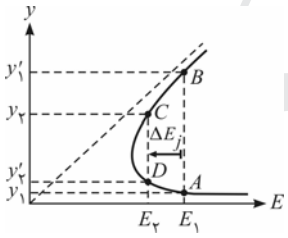
حل: هر ۴ عمق را روی منحنی $E - y$ مشخص می‌کنیم. در مشخص کردن این نقاط به نکات زیر توجه کنید:

۱- E_1 انرژی مخصوص قبل از پرش است و با توجه به این‌که قبل از پرش جریان فوق‌بحرانی است، y_1 را روی شاخهٔ فوق‌بحرانی مشخص می‌کنیم. (نقطهٔ A)

۲- y_1' عمق متناوب y_1 و عمق دیگر نظیر E_1 است. (نقطهٔ B)

۳- انرژی مخصوص بعد از پرش هیدرولیکی را برابر E_2 در نظر بگیرید. می‌دانیم $E_2 = E_1 - \Delta E_j$ می‌باشد. بنابراین عمق بعد از پرش y_2 نظیر انرژی E_2 روی شاخهٔ تحت‌بحرانی، نقطهٔ C را خواهد داد.

۴- y_2' عمق متناوب y_2 است که عمق دیگر نظیر انرژی مخصوص E_2 می‌باشد (نقطهٔ D).



واضح است که:

$$y_1' > y_2 > y_2' > y_1$$

بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

۱۰۵-(۱)

باید کنترل کنیم انسداد رخ می‌دهد یا خیر.

$$E_1 = E_2 \ , E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g}$$

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{90}{30\times 2/5} = \frac{3}{2/5} = 1/2\frac{m}{s} \Rightarrow E_1 = 2/5 + \frac{1/2^2}{20} = 2/572\ m$$

$$q_2 = \frac{Q}{b_2} \ , b_2 = b_1 - 2D = 30 - 2\times 10 = 10\ (m) \Rightarrow q_2 = \frac{90}{10} = 9\frac{m^3/s}{m}$$

$$y_{c_2} = (\frac{q_2^2}{g})^{\frac{1}{3}} = (\frac{9^2}{10})^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8/1} \simeq 2m \Rightarrow E = \frac{3}{2}y_{c_2} = \frac{3}{2}\times 2 = 3m$$

چون $E_2 < E_{min_2}$ شده است، انسدادرخ می‌دهد و عمق جریان در محل تنگا (پایه‌های پل) همان $y_2 = y_{c_2} \simeq 2m$ است که با توجه به گزینه‌ها، $2/02\ m$ را انتخاب می‌کنیم.

کتاب هیدرولیک – تست (۵۶) صفحهٔ (۱۰۹) که سؤال کنکور سراسری ۸۲ است.

در رودخانه‌ای به عرض ۲۰ متر با مقطع مستطیلی، دبی $40\sqrt{5}\ m^3/s$ با عمق یکنواخت ۲/۵ متر جریان دارد. در محل احداث پل در اثر خاکریزی، عرض رودخانه به ۱۰ متر کاهش داده شده است. اگر از افت انرژی موضعی صرف‌نظر شود، عمق جریان در محل تنگ‌شده کدام است؟

۱) $1\ m$ ۲) $2\ m$ ۳) $3\ m$ ۴) $4\ m$

گزینه (۲)

ابتدا با مقایسهٔ E_1 با E_{min_2}، بررسی می‌کنیم که در عبور از مقطع تنگ شده، آیا انسداد رخ می‌دهد یا نه.

$$\begin{cases} E_1 = y_1 + \dfrac{q_1^2}{2gy_1^2} \\ q_1 = \dfrac{Q}{b_1} = \dfrac{40\sqrt{5}}{20} = 2\sqrt{5} \ , \ y_1 = 2/5\ m \end{cases} \Rightarrow E_1 = 2/5 + \frac{(2\sqrt{5})^2}{2\times 10\times 2/5^2} = 2/66\ m$$

$$\begin{cases} E_{min_2} = \dfrac{3}{2}y_{c_2} \\ y_{c_2} = (\dfrac{q_2^2}{g})^{\frac{1}{3}} \ , \ q_2 = \dfrac{Q}{b_2} = \dfrac{40\sqrt{5}}{10} = 4\sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow E_{min_2} = \frac{3}{2}(\frac{(4\sqrt{5})^2}{10})^{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}\times 2 = 3\ m$$

از آنجا که $E_1 < E_{min_2}$ می‌باشد، بنابراین انسداد رخ داده و وضعیت جریان در محل تنگ شده بحرانی خواهد بود و داریم:

$$y_2 = y_{c_2} = 2\ m$$

سری عمران

سازه‌های فولادی و بتنی

کارشناسی ارشد

و اما فولاد و بتن ...

امسال در کنکور اتفاق جالبی را شاهد بودیم. سؤالات درس فولاد، سؤالات معمول و مناسب بوده ولی تست‌های درس بتن بسیار غیر استاندارد (ولی دارای مفاهیم زیبا) بود. شاید اغراق نباشد که بگوییم امسال از ۸ سوال درس بتن، حل ۵ سوال عملاً در سر جلسه غیر ممکن بوده است.

مشابه با سالهای گذشته که میانگین درصد درس فولاد و بتن ۲۰۰ نفر اول کنکور حدود ۲۳ درصد بوده است، امسال نیز زدن ۵ تست از ۱۶ تست، عملکرد بسیار مثبتی محسوب می‌شود که این امر با توجه به سوالات استاندارد درس فولاد، کار چندان سختی نبوده است.

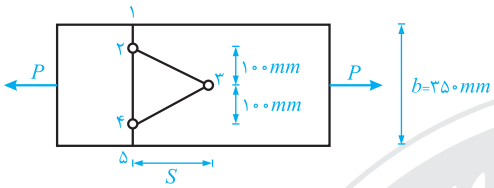
گروه پاسخ دهندگان:

محمد آهنگر، نادر فنائی، محسن حیدری، ندا بزرگی، حسین صباغیان

سازه‌های فولادی و بتنی

۱۰۶-(۴)

در شکل زیر مسیر ۵-۴-۲-۱ دارای دو سوراخ و مسیر ۵-۴-۳-۲-۱ دارای سه سوراخ است. برای این‌که در محاسبهٔ مسیر خالص تنها دو سوراخ دخالت داشته باشد، بایستی داشته باشیم:



$$A_{1-2-4-5} < A_{1-2-3-4-5} \Rightarrow (b-2D)\,t < (b-3D+2\times\frac{s^2}{4g})t$$

$$\Rightarrow 2\times\frac{s^2}{4g} > D \Rightarrow s^2 > 2gD = 2\times100\times20 = 4000$$

$$\Rightarrow s > \sqrt{4000} = 63/24\,mm \simeq 60\,mm$$

این سؤال مشابه با تست (۳) در صفحهٔ ۵۷ کتاب فولاد سری عمران است.

۱۰۷-(۱)

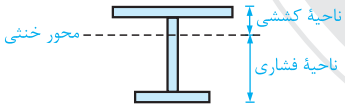
به علت وجود مهاربندی در طبقه دوم، ستون C مهار جانبی شده محسوب می‌شود و در نتیجه ضریب طول موثر کمانش آن کوچک‌تر از یک است (بین ۰/۵ و ۱/۰). به علت عدم وجود مهاربندی در طبقه اول، ستون‌های a و b مهار جانبی نشده محسوب می‌شوند و ضریب طول موثر کمانش آن‌ها بزرگ‌تر از یک است. اتصال ستون‌های a و b در بالای آن‌ها به تیر به صورت صلب است اما در مقایسه شرایط تکیه‌گاهی ستون‌ها، پای ستون a مفصلی و پای ستون b گیردار است که مانع دوران پایین ستون b می‌شود و ستون b قویتر از a می‌شود و در نتیجه ضریب طول مؤثر کمانش ستون b کوچکتر از ستون a می‌باشد. با جمع‌بندی مطالب فوق نتیجه می‌شود که:

$$k_a > k_b > 1 > k_c \Rightarrow k_a > k_b > k_c$$

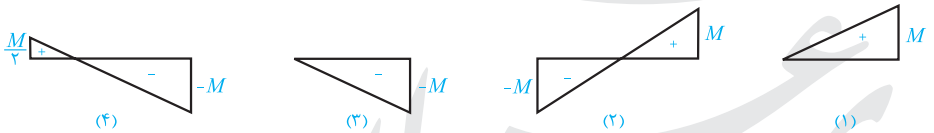
این تست مشابه تست‌های (۸) و (۱۰) در صفحهٔ ۱۲۳ از کتاب سازه‌های فولادی سری عمران است.

۱۰۸-(۳)

می‌دانیم که در کمانش جانبی، بال فشاری و قسمتی از جان فشاری مشارکت می‌کنند. مقطع داده شده در صورت تست یک مقطع I شکل نامتقارن است که بال تحتانی آن ضعیف‌تر از بال فوقانی آن است و در نتیجه در شرایطی که بال پایینی تحت فشار قرار می‌گیرد، تیر از نظر پدیده کمانش جانبی کم‌ترین ظرفیت را دارد. در هر چهار بارگذاری، لنگر خمشی ماکزیمم برابر M است ولی گزینه‌های دوم و چهارم اساساً نمی‌توانند به عنوان گزینهٔ صحیح انتخاب شوند چون در این گزینه‌ها علامت لنگر خمشی تغییر می‌کند و تیر انحنای مضاعف را تجربه می‌کند، این یعنی در حالی که یک لنگر بالی را تحت فشار قرار داده است، لنگر دیگر آن بال را به کشش می‌اندازد. در مقایسه بارگذاری گزینه‌های اول و سوم چون بارگذاری گزینهٔ سوم، بال پایینی را به فشار می‌اندازد شرایط تیر بحرانی‌تر است و تیر ظرفیت خمشی کم‌تری دارد. نمودار لنگر خمشی برای هر چهار گزینه در زیر ارائه شده است:



(وضعیت ناحیه‌ها در گزینهٔ (۱))



این تست برگرفته از مفهوم تمرین (۴-۶) در صفحهٔ ۱۷۷ و تست ۷۰ در صفحهٔ ۲۱۶ کتاب است.

۱۰۹-(۳)

با توجه به این‌که سختی جانبی تیر - ستون داده شده است، می‌توان تغییر مکان بالای تیر ستون را به راحتی محاسبه کرد و سپس لنگر پای ستون ناشی از برش آن‌را با لنگر ناشی از خروج از مرکزیت نیروی محوری‌اش جمع کنیم:

$$\Delta_H = \frac{V}{k} = \frac{30\,ton}{20\,\frac{ton}{cm}} = 1/5\,cm = 0/015\,m$$

$$M_{bot} = V\times L + P\times\Delta = 30\times3 + 400\times0/015 = 90+6 = 96\,t.m$$

(۲)-۱۱۰

تیرهای گزینه‌های اول و سوم معین هستند در حالیکه تیر سرتاسری مطرح شده در گزینه دوم یک تیر نامعین است. اگر در تیر دوم از تقارن سازه و بارگذاری استفاده کنیم، نتیجه می‌شود که می‌توان نصف تیر را در نظر گرفت و با توج به صفر بودن چرخش در محل تکیه‌گاه میانی، یک تکیه‌گاه گیردار در وسط تیر قرار داد. در ادامه با محاسبه لنگر خمشی ماکزیمم تیرها داریم:

$$M_{max_1}=\frac{qL^2}{2}\ ,\ M_{max_2}=\frac{q'L^2}{8}=\frac{(4q)\times L^2}{8}=\frac{qL^2}{2}\ ,\ M_{max_3}=\frac{pL}{4}+\frac{q'L^2}{8}=\frac{qL^2}{2}$$

$$\Rightarrow M_{max_1}=M_{max_2}=M_{max_3}=\frac{qL^2}{2}$$

با توجه به این‌که مقطع تیرها فشرده است در تیر گزینهٔ دوم که نامعین است، می‌توانیم از شرایط بازتوزیع لنگر استفاده کرد و به جای لنگر ماکزیمم که در محل تکیه‌گاه میانی اتفاق می‌افتد، ۹۰ درصد لنگر ماکزیمم در محل تکیه‌گاه میانی را ملاک طراحی قرار داد. بنابراین با توجه به امکان استفاده از باز توزیع لنگر، تیر گزینه‌ی دوم می‌تواند از مقطع کوچک‌تری طراحی شود.

این تست عیناً تمرین (۴-۱۸) در صفحهٔ ۱۹۱ کتاب سازه‌های فولادی سری عمران است.

(۲)-۱۱۱

پیچ سمت راست بحرانی است و با انتقال نیروی P به مرکز سطح مجموعه پیچ‌ها، دیده می‌شود که اتصال پیچی تحت اثر نیروی برشی P و لنگر پیچشی $T=175P$ قرار دارد. در پیچ بحرانی سمت راست مجموعه، تنش برشی ناشی از نیروی برشی P و تنش برشی ناشی از لنگر پیچشی T هم‌جهت بوده (هر دو قائم هستند) و با یکدیگر جمع می‌شوند و داریم:

$$f_V=\frac{V}{\sum A}=\frac{P}{8A}\ ,\ f_T=\frac{TR}{J}=\frac{TR}{\sum A_i.R_i^2}=\frac{TR}{nAR^2}=\frac{T}{nAR}$$

$$\Rightarrow f_T=\frac{175P}{8A\times 25}=\frac{7P}{8A}\ ,\ f_{cr}=f_V+f_T=\frac{P}{8A}+\frac{7P}{8A}=\frac{P}{A}\ \Rightarrow V_{cr}=f_{cr}\times A=\frac{P}{A}\times A=P$$

این تست مشابه تمرین ۲۱، ۲۲ و ۲۳ از کتاب سازه‌های فولادی سری عمران است.

(۴)-۱۱۲

در اتصال پیچی اتکایی برای اینکه باربری داشته باشیم، بایستی اتصال قدری بلغزد تا بدنه پیچ‌ها با ورق درگیر شوند و بارگذاری تحمل گردد. در این اتصال با توجه به سختی بسیار بزرگ جوش هیچ لغزشی اتفاق نمی‌افتد و در نتیجه اتصال پیچی اتکایی هیچ مشارکتی در تحمل نیروی کششی T نخواهد داشت. با در نظر گرفتن جوش‌های اتصال به تنهایی ظرفیت کششی T محاسبه می‌شود:

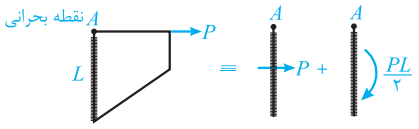
$$T=\text{طول خط جوش}\times\text{ارزش جوش}=(2\times 20)\times(650\times 0/5)=13000\,kg=13\,ton$$

(۲)-۱۱۳

تذکر: می‌دانیم که در یک اتصال جوشی اگر نیرو از مرکز سطح جوش بگذرد به علت ایجاد نشدن لنگر پیچشی در جوش، کم‌ترین تنش‌های ممکن در جوش به وجود می‌آیند و در این حالت که در همهٔ نقاط جوش تنش برشی یکنواخت ایجاد شده است، اتصال بیش‌ترین باربری را دارد و مقدار مجاز نیرو ماکزیمم است. در این اتصال جوش برای وقوع این حالت که نیرو از وسط جوش می‌گذرد زاویه α برابر است با $\alpha=Arctan\frac{\frac{L}{2}}{L}=Arctan\frac{1}{2}$ که در گزینهٔ سوم ارائه شده است.

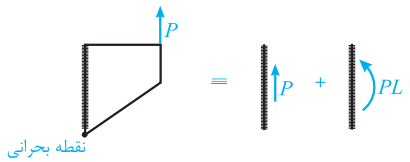
در صورت تست زاویه α متناظر با کم‌ترین مقدار نیروی P را پرسیده است و بین گزینه‌های اول و دوم، بایستی گزینه صحیح انتخاب شود. در ادامه در هر دو حالت $\alpha=0^\circ$ و $\alpha=90^\circ$ تنش برشی ماکزیمم جوش را محاسبه می‌کنیم؛ در حالتی که تنش برشی ماکزیمم جوش، بزرگ‌تر است مقدار مجاز نیروی P کوچک‌تر است. در هر یک از این دو حالت، نیرو را به مرکز سطح جوش‌ها منتقل می‌کنیم و با جمع آثار برش و لنگر تنش بشی ماکزیمم جوش را محاسبه می‌کنیم با فرض این‌که بعد موثر برابر واحد باشد محاسبات را انجام می‌دهیم.

۱) حالت $\alpha=0^\circ$



$$f_{max}=f_1+f_2=\frac{P}{Lt_e}+\frac{\frac{PL}{2}\times\frac{L}{2}}{\frac{t_eL^3}{12}}=\frac{P}{Lt_e}+\frac{3P}{Lt_e}=\frac{4P}{Lt_e}\ :\ (\text{نقطهٔ } A \text{ بحرانی})$$

۲) حالت $\alpha = ۹۰^\circ$



$$f_۱ = \frac{P}{Lt_e}\ ,\ f_۲ = \frac{PL \times \frac{L}{۲}}{\frac{t_e L^۳}{۱۲}} = \frac{۶P}{Lt_e} \quad \text{(افقی)}$$

$$f_{max} = \sqrt{f_۱^۲ + f_۲^۲} = \sqrt{(\frac{P}{Lt_e})^۲ + (\frac{۶P}{Lt_e})^۲} = \sqrt{۳۷}\,\frac{P}{Lt_e} > \frac{۴P}{Lt_e}$$

با توجه به این‌که در این حالت $(\alpha = ۹۰^\circ)$ تنش برشی ماکزیمم جوش بزرگ‌تر شده است نتیجه می‌شود که در این حالت نیروی مجاز P کوچک‌تر است.

(۱)-۱۱۴

در یک دال دو طرفه با تیر بین تکیه‌گاه‌ها، نحوهٔ انتقال بارهای قائم که به دال وارد می‌شوند به نسبت $\frac{\alpha_۱ L_۲}{L_۱}$ بستگی دارد به طوری که

حالت ۱: اگر $\frac{\alpha_۱ L_۲}{L_۱} \geq ۱/۰$ باشد، کل بار توسط عملکرد برشی تیرها به ستون منتقل می‌شود.

حالت ۲: اگر $\frac{\alpha_۱ L_۲}{L_۱} < ۱/۰$ باشد، قسمتی از بار توسط عملکرد برشی تیرها و قسمت دیگر توسط عملکرد برشی دال به ستون منتقل می‌شود و داریم:

$$\frac{\alpha_۱ L_۲}{L_۱} < ۱/۰ \Rightarrow \begin{cases} \frac{\alpha_۱ L_۲}{L_۱} \times \text{کل بار} & \text{(سهم انتقال برشی به صورت یک طرفه از طریق تیرها)} \\ (۱ - \frac{\alpha_۱ L_۲}{L_۱}) \times \text{کل بار} & \text{(سهم انتقال برشی به صورت دو طرفه از طریق دال)} \end{cases}$$

بنابراین دراین سوال با توجه به این‌که $\frac{\alpha_۱ L_۲}{L_۱} = ۰/۴$ داده شده است، می‌توان گفت که:

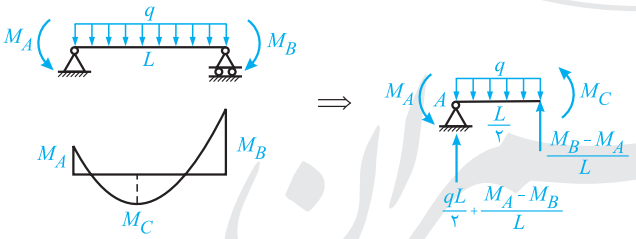
سهم انتقالی برش به ستون به صورت یک طرفه از طریق تیرها: $۰/۴ \times ۲۰۰ = ۸۰\,kN$

سهم انتقالی برش به ستون به صورت دو طرفه از طریق دال: $(۱ - ۰/۴) \times ۲۰۰ = ۱۲۰\,kN$

بنابراین گزینه (۱) پاسخ تست می‌باشد.

(۲)-۱۱۵

روش اول: در باز توزیع لنگر، لنگر منفی در تیرها به یک مقدار مشخص کاسته می‌شود و متناسب با آن لنگر مثبت در وسط تیر با حفظ اصول تعادل استاتیکی اضافه می‌شود و نکتهٔ مهم آن است که تعادل باید همواره برقرار باشد:



$$\Sigma M_A = ۰ \Rightarrow M_C + M_A + \frac{M_B - M_A}{L} \times \frac{L}{۲} - \frac{qL}{۲} \times \frac{L}{۴} = ۰$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}(M_A + M_B) + M_C = \frac{qL^۲}{۸} \quad \text{(این رابطه باید همواره برقرار باشد.)}$$

$$\begin{cases} \text{حالت اول}: M_A = ۸۰\,kN.m\ ,\ M_C = ۹۰\,kN.m\ ,\ M_B = ۱۶۰\,kN.m \\ \text{حالت دوم}: M'_A = ۸۰\,kN.m\ ,\ M'_C = ۱۰۰\,kN.m\ ,\ M'_B = ? \end{cases}$$

$$\frac{۱}{۲}(۸۰ + ۱۶۰) + ۹۰ = \frac{۱}{۲}(۸۰ + M'_B) + ۱۰۰ \Rightarrow M'_B = ۱۴۰\,kN.m \Rightarrow$$ لنگر B را $۲۰\,kN.m$ می‌توان کاهش داد.

روش دوم: اگر لنگر منفی یک تکیه‌گاه به اندازهٔ A و لنگر منفی تکیه‌گاه دیگر به اندازهٔ B کاهش یابد، لنگر مثبت وسط دهانه به اندازه $\frac{A+B}{۲}$ افزایش می‌یابد.

بنابراین با توجه به این‌که در این سوال می‌خواهیم لنگر وسط دهانه به اندازه $۱۰kN$ افزایش یابد داریم:

افزایش لنگر وسط دهانه: $۱۰۰-۹۰=۱۰\,kN=\frac{A+B}{۲}$

از طرفی لنگر تکیه‌گاه سمت چپ را تغییر نمی‌دهیم و این یعنی $A=۰$ است، پس داریم:

$$\frac{A+B}{۲}=۱۰\,kN \xrightarrow{A=۰} B=۲۰\,kN.m$$

(۴)-۱۱۶

برای تعیین تغیر شکل درازمدت تیرهای بتنی از ضریب $\lambda=\frac{\xi}{۱+\gamma.\rho'}$ استفاده می‌شود (ξ برای درازمدت و بعد از ۵ سال برابر ۲ فرض می‌شود)، و در صورت متفاوت بودن در تکیه‌گاه و وسط از میانگین λ ها استفاده می‌کنیم:

افتادگی کل = افتادگی آنی + افتادگی درازمدت

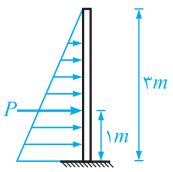
افتادگی کل = (افتادگی آنی تحت بار دائمی) + افتادگی آنی تحت بار زنده + (افتادگی آنی تحت بار دائمی $\times\lambda$)

$$=(۲/۵+۳)+(\frac{۱/۶+۲}{۲})\times ۲/۵=۵/۵+۴/۵=۱۰\,cm$$

پس گزینه (۴) صحیح است.

(۲)-۱۱۷

برای تعیین فولاد طولی مورد نیاز برای واحد عرض این دیوار، ابتدا باید لنگر وارد بر مقطع دیوار در عرض واحد تعیین شده و سپس با مساوی قرار دادن آن با لنگر مقاوم دیوار، آرماتور موردنیاز محاسبه شود.



$$P=\frac{\sigma_h\times ۳}{۲}=\frac{۳۶\times ۳}{۲}=۵۴\,kN/m$$

لنگر وارد برپای دیوار = (P در واحد طول دیوار × نیروی) × (عرض دیوار × بازو) $\Rightarrow M=۵۴\times ۱\times ۱=۵۴\,kN.m$

لنگر وارد بر دیوار $۵۴\,kN.m$ می‌باشد. برای تعیین مقدار آرماتور موردنیاز باید این مقدار را با لنگر مقاوم دیوار برابر قرار دهیم:

لنگر مقاوم $\Rightarrow M=\phi_s f_y A_s\times$ (بازوی لنگر)

مقدار پوشش آرماتور - ضخامت دیوار = عمق موثر دیوار $=۳۰۰-۵۰=۲۵۰\,mm$

بازوی لنگر: $z=۰/۹\times$ عمق مؤثر دیوار $=۰/۹\times ۲۵۰=۲۲۵\,mm$

لنگر مقاوم $=\phi_s f_y A_s\times z\Rightarrow ۵۴\times ۱۰^۶\,N.mm=۱\times ۴۰۰\times A_s\times ۲۲۵\Rightarrow A_s=۶۰۰\,mm^۲$

(۱)-۱۱۸

برای حل این سوال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: در اثر کرنش انقباضی، در بتن تنش کششی زیر ایجاد می‌شود:

$$f_{t_۱}=E_c\,\varepsilon_{sh}=۱۷/۵\times(۱/۵\times ۱۰^{-۴})\times \underbrace{۱۰^۳}_{\text{تبدیل واحد}}=۲/۶۲۵\,MPa$$

گام دوم: بتن تا $۳/۵\,MPa$ می‌تواند تنش کششی تحمل کند و در نتیجه دما باید تنش کششی $۲/۶۲۵\,MPa$ برساند و داریم:

در اثر دما: $f_{t_۲}=۳/۵-۲/۶۲۵=۰/۸۷۵\,MPa$

$$\varepsilon=\frac{f_{t_۲}}{E_c}=\frac{۰/۸۷۵}{۱۷/۵}\times ۱۰^{-۳}=\frac{۵}{۱۰۰}\times ۱۰^{-۳}$$

$$\varepsilon=\alpha\,\Delta t\Rightarrow \frac{۵}{۱۰۰}\times ۱۰^{-۳}=۱۰^{-۵}\times\Delta T\Rightarrow \Delta T=۵\,^\circ C$$

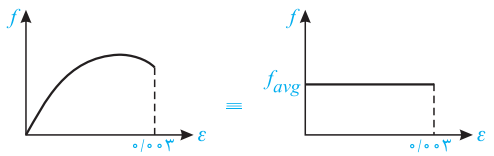
نگاه دیگر: با کمک روند زیر می‌توان به جواب رسید:

$$(f_t)_{\text{جمع‌شدگی}}+(f_t)_{\text{تغییر دما}}=f_r\Rightarrow E_c\,\varepsilon_{sh}+E_c\,\alpha\,\Delta T=f_r$$

این تمرین، ترکیب سؤال (۴) در صفحهٔ ۲۴ و تست (۱۲) در صفحهٔ ۱۴۲ از جلد اول بتن سری عمران بوده است.

۱۱۹-(۴)

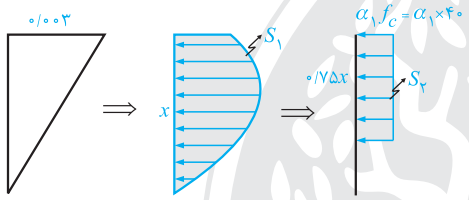
با کمک مساحت زیر نمودار تنش - کرنش، مقدار متوسط تنش بتن را به‌دست می‌آوریم:



$$S=\int_{۰}^{۰/۰۰۳}(-۴/۵\times۱۰^{۶})x^{۲}+(۲/۵\times۱۰^{۴})x)\,dx=-۴/۵\times۱۰^{۶}\times\frac{x^{۳}}{۳}\Big|_{۰}^{۰/۰۰۳}+۲/۵\times۱۰^{۴}\times\frac{x^{۲}}{۲}\Big|_{۰}^{۰/۰۰۳}=۷۲\times۱۰^{-۳}$$

$$f_{avg}=\frac{S}{۰/۰۰۳}=\frac{۷۲\times۱۰^{-۳}}{۰/۰۰۳}=۲۴\,MPa$$

با این ابتکار، در تمام کرنش‌ها می‌توان تنش را $۲۴\,MPa$ فرض کرد و در ادامه با توجه به برابری مساحت بلوک ویتنی با مساحت بلوک اصلی (که می‌توان مساحتش را از حاصل‌ضرب f_{avg} در x به‌دست آورد) داریم:



$$S_۱=S_۲\Rightarrow \text{تنش متوسط}\times x=\alpha_۱ f_c\times۰/۷۵x\;\Rightarrow\;۲۴\times x=\alpha_۱\times۴۰\times\frac{۳}{۴}\times x\Rightarrow\alpha_۱=۰/۸$$

۱۲۰-(۳)

در این سوال ظرفیت یک ستون تحت خمش دو محوره $(e_y\ ,\ e_x)$ مطرح می‌باشد، پس باید از رابطه روش برسلر استفاده کنیم:

۱- تحت بار محوری خالص $(P_۰)$

۲- تحت خروج از مرکزیت e_y به تنهایی (P_y)

۳- تحت خروج از مرکزیت e_x به تنهایی (P_x)

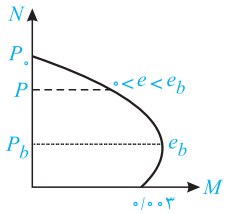
$$\frac{۱}{P_r}=\frac{۱}{P_x}+\frac{۱}{P_y}-\frac{۱}{P_۰}$$

حال با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سوال و نمودار اندرکنش ستون می‌توان گفت که:

۱- طبق صورت سوال $P_۰=۴P_b$ می‌باشد.

۲- تحت خروج از مرکزیت $e_x=e_b$، ستون در حالت بالانس قرار دارد و لذا $P_y=P_b$ می‌باشد.

۳- تحت خروج از مرکزیت $e_y=\frac{e_b}{۲}$، ستون در محدوده شکست فشاری قرار دارد، پس داریم:



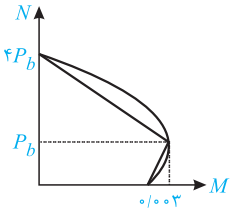
$$e_y=\frac{e_b}{۲}\Rightarrow ۰<e_y<e_b\longrightarrow P_b<P_y<P_۰=۴P_b$$

بنابراین کمترین مقدار برای P_y برابر P_b و بیش‌ترین آن $۴P_b$ می‌باشد. پس می‌توان با استفاده از کران پایین و بالای P_y، کران‌های P_r را از روش برسلر بدست آورد:

$$P_y=P_b:\frac{۱}{P_r}=\frac{۱}{P_x}+\frac{۱}{P_y}-\frac{۱}{P_۰}=\frac{۱}{P_b}+\frac{۱}{P_b}-\frac{۱}{۴P_b}=\frac{۷}{۴P_b}\Rightarrow P_r=\frac{۴}{۷}P_b$$

$$P_y=۴P_b:\frac{۱}{P_r}=\frac{۱}{P_x}+\frac{۱}{P_y}-\frac{۱}{P_۰}=\frac{۱}{۴P_b}+\frac{۱}{۴P_b}-\frac{۱}{۴P_b}=\frac{۱}{P_b}\Rightarrow P_r=P_b$$

بنابراین نیروی محوری قابل تحمل ستون در بازه $\frac{۴}{۷}P_b<P_r<P_b$ تغییر می‌کند و گزینه (۳) صحیح می‌باشد.



تذکر: با فرض خطی بودن اندرکنش می‌توان مقدار P_y را به طور دقیق نیز به صورت زیر محاسبه کرد:

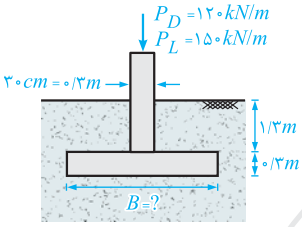
$$N = \frac{0-4P_b}{M_b-0}\times M + P_0 \Rightarrow N = \frac{-4P_b}{P_b\times e_b}\times(N\times\frac{e_b}{2})+4P_b \Rightarrow N=\frac{4}{3}P_b$$

$$\frac{1}{P_r}=\frac{1}{P_b}+\frac{4}{3}\frac{1}{P_b}-\frac{1}{4P_b}\Rightarrow P_r=\frac{2}{3}P_b$$

این سؤال مشابه تمرین‌های ۳۱ و ۳۲ از جلد اول کتاب بتن سری عمران بوده است.

۱۲۱-(۴)

با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سوال، می‌توان شکل این مسئله را به صورت مقابل رسم کرد:



برای تعیین عرض مورد نیاز پی، باید کل نیروی وارد بر خاک محاسبه شده و از تقسیم آن بر مساحت کف پی، تنش موجود در خاک زیر پی بدست آید. سپس با مقایسهٔ این تنش با تنش مجاز خاک می‌توان عرض B را بدست آورید. توجه کنیدکه در این حالت بارها بایـد بـدون ضـریب اسـتفاده شوند:

کل نیروی بدون ضریب = مجموع نیروهای مرده + نیروی زنده = (بار مرده دیوار - وزن خاک روی شالوده + وزن بتن پی + نیروی زنده)

کل نیروی بدون ضریب $=120+1/3\times17/5+(0/3B)\times25+150=292/75+7/5B$

$$\frac{\text{کل نیروی بدون ضریب}}{\text{سطح زیر پی}}=\text{تنش مجاز}\Rightarrow\frac{(292/75+7/5B)}{B\times1}=2/5\Rightarrow B=1/48m$$

بنابراین با توجه به گزینه‌ها، عرض پی برابر ۱/۵ متر در نظر گرفته می‌شود.

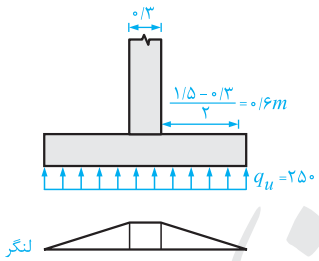
بعد از تعیین عرض پی، حال می‌خواهیم لنگر طراحی را در وسط عرض شالوده محاسبه کنیم. برای این کار باید دو موضوع را به یاد داشته باشیم:

۱- در محاسبات سازه‌ای پی، بارها باید با استفاده از ضرایب بار افزایش داده شوند.

۲- وزن خاک روی شالوده و وزن بتن پی در محاسبات خمش بی‌اثر است. به عبارت دیگر تنها بار مرده و زنده دیوار ایجاد خمش می‌کند زیـرا ایـن بارها به صورت متمرکز در وسط پی اعمال می‌شود:

نیروی ضریب‌دار برای محاسبات خمش $=1/25P_D+1/5P_L=1/25\times120+1/5\times150=375kN/m$

$$q_u=\frac{375\times1}{B\times1}=\frac{375}{1/5}=250$$



$$\Rightarrow M=\frac{q_uL^2}{2}=\frac{250\times0/6^2}{2}=45kN.m$$

توجه کنید که مقدار لنگر از بر دیوار تا وسط دیوار مقدار ثابتی دارد، زیرا به همان مقدار تنشی که در زیر پی وجود دارد، تنش در محل اتصال دیوار با پی ایجاد می‌شود، بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

این سؤال مشابه تمرین (۲) در صفحهٔ ۱۹۹ و تمرین (۷) در صفحهٔ ۲۰۸ از جلد دوم کتاب بتن سری عمران بوده است.

سری عمران

راهسازی

کارشناسی ارشد

همانطور که انتظار می‌رفت امسال هم مانند سال‌های قبل سؤالات درس راهسازی بسیار منطقی و استاندارد طراحی شده بود. اگر بخواهیم نگاهی کلی و دقیق به سؤالات راهسازی آزمون۹۳ داشته باشیم، میتوان گفت: راهسازی شامل ۵ سوال آسان و ۲ سوال متوسط بود.

یعنی در درس راهسازی سوال سختی دیده نشد، به‌طوری که اگر دانشجویی حتی یک دور مطالب راهسازی را مطالعه می‌کرد به راحتی در سر جلسه کنکور می توانست حداقل به ۴ سوال و حداکثر به ۷ سوال (یعنی کل سوالات راهسازی) پاسخ دهد.

اما در مورد درس روسازی باید اذعان داشت که امسال هم مانند سال‌های ۹۱ و ۹۲، سوالات روسازی از منبع مشخصی طراحی نشده بود و بسیاری از سوالات از قسمت‌هایی بود که انتظار طرح تست از آن نمی‌رفت. شایان ذکر است که درس روسازی در کنکور بسیار متفاوت از راهسازی است و در حال حاضر منبع مناسبی برای این درس پیشنهاد نمی‌شود اما سری عمران سعی بر این دارد که با کتاب نسل جدید خود در این درس مشکل داوطلبان را تا حدودی برطرف نماید تا عزیزان بتوانند در سر جلسه کنکور به حداقل ۴ الی ۵ سوال از درس روسازی پاسخ صحیح دهند.

پاسخ سوالات روسازی کنکور امسال بر روی سایت سری عمران قرار نخواهد گرفت زیرا در مورد ۳ سوال آن براساس منابع مختلف دانشگاهی (کتاب دکتر طباطبایی، کتاب دکتر تن‌زاده و نشریه ۲۳۴) می‌توان گزینه‌های مختلفی را به عنوان پاسخ صحیح برگزید.

باید منتظر ماند تا کلید سازمان سنجش منتشر شود و در مورد این سوالات بحث و بررسی کرد.

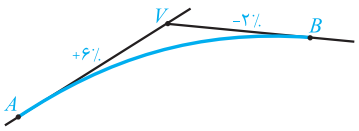
گروه پاسخ دهندگان:

نیما ابراهیمی، مسعود مهدیان، مسعود دانایی، محمد شاکری

راهسازی و روسازی راه

۱۲۲-(۲)

ابتدا شکل نیم رخ طولی را رسم می‌کنیم:



از دو روش می‌توان ارتفاع نقطه A را بدست آورد:

قبل از اینکه به بررسی دو راه حل بپردازیم ابتدا در مرحله اول طول قوس را که به سادگی می توان بدست آورد، محاسبه می کنیم.

در صورت سوال گفته شده است که:

«اگر این قوس قائم به ازا هر ۸۰ متر یک درصد تغییر شیب ایجاد کند»

این موضوع یعنی اینکه ، $K=۸۰$. بنابراین طول قوس قائم برابر است با:

$$\begin{cases} A=|g_۲-g_۱| \\ L=K.A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=|(-۲)-(+۶)|=۸\% \\ k=۸۰ \end{cases} \Rightarrow L=۸\times ۸۰=۶۴۰m$$

راه حل اول:

حال با توجه به ارتفاع نقطهٔ B می‌توانیم ارتفاع نقطه V را بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases} h_B=h_V+\left[(\frac{L}{۲})\times g_۲\right] \\ h_B=۱۰۰۰m \quad ,L=۶۴۰ \end{cases} \Rightarrow ۱۰۰۰=h_V+\left[(\frac{۶۴۰}{۲})\times(\frac{-۲}{۱۰۰})\right] \Rightarrow h_V=۱۰۰۶/۴m$$

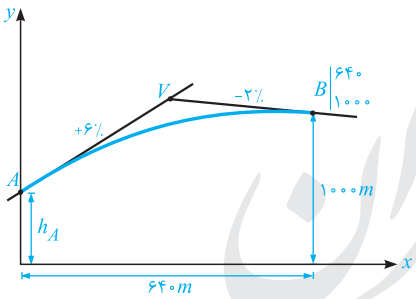
حال با توجه با ارتفاع نقطه V ، ارتفاع نقطه A را بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases} h_A=h_V-\left[(\frac{L}{۲})\times g_۱\right] \\ h_V=۱۰۰۶/۴m \quad ,L=۶۴۰ \end{cases} \Rightarrow h_A=۱۰۰۶/۴-\left[(\frac{۶۴۰}{۲})\times(\frac{+۶}{۱۰۰})\right] \Rightarrow h_V=۹۸۷/۲m$$

راه‌حل دوم: در این روش می‌توانیم با استفاده از معادله سهمی درجه دوم ارتفاع نقطه A را به دست آوریم:

$$\begin{cases} y=ax^۲+bx+y_A \\ y=\frac{g_۲-g_۱}{۲۰۰L}x^۲+\frac{g_۱}{۱۰۰}x+y_A \end{cases}$$

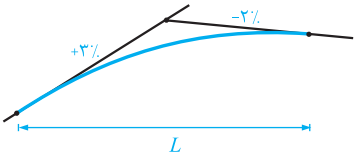
با قرار دادن طول، ارتفاع نقطه B در معادله سهمی می توان ارتفاع نقطه A را بدست آورد. به شکل زیر توجه کنید :



$$۱۰۰۰=\frac{(-۲)-(+۶)}{۲۰۰\times ۶۴۰}(۶۴۰)^۲+\frac{۶}{۱۰۰}\times ۶۴۰+h_A \Rightarrow h_A=۹۸۷/۲m$$

۱۲۳-(۴)

طول حداقل قوس قائم از رابطه $L=K.A$ بدست می‌آید. شکل مقابل نشان دهنده شیب در قوس قائم این تست می‌باشد.



$$\begin{cases} A=|g_۲-g_۱| \\ L=K.A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=|(-۲)-(+۳)|=۵ \\ k=۱۵۰ \end{cases} \Rightarrow L=۵\times ۱۵۰=۷۵۰m$$

این سؤال مشابه تست ۱ صفحهٔ ۱۲۹ کتاب راهسازی سری عمران بوده است.

۱۲۴-(۳)

شعاع حداقل قوس دایره‌ای از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$R=\frac{V^{۲}}{۱۲۷/۲(e+f)}$$

اگر شعاع جدید را برابر با R' در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$R'=\frac{(V')^{۲}}{۱۲۷/۲(e+f)}\xrightarrow{V'=۲V\ ,\ e=۰,\ f=cte}R'=\frac{(۲V)^{۲}}{۱۲۷/۲(e+f)}=\frac{۴V^{۲}}{۱۲۷/۲(e+f)}$$

این سؤال مشابه مبحث تعیین شعاع حداقل در قوس‌های افقی صفحهٔ ۴۱ کتاب راهسازی سری عمران بوده است.

۱۲۵-(۴)

با توجه به فرمول شعاع حداقل قوس دایره‌ای، مقدار دور برابر است با:

$$R=\frac{V^{۲}}{۱۲۷/۲(e+f)}\quad\rightarrow\quad e=\frac{V^{۲}}{۱۲۷/۲R}-f$$

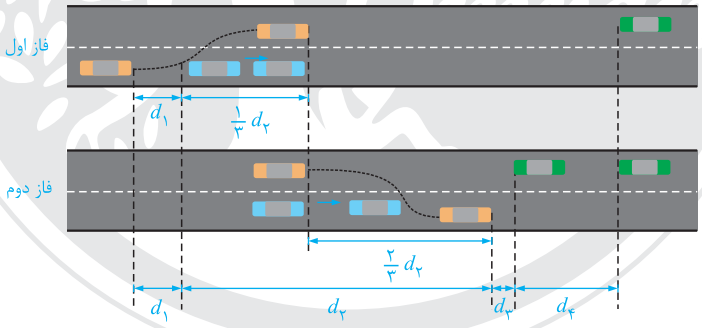
همان طور که مشاهده می‌شود در رابطه $e=\frac{V^{۲}}{۱۲۷/۲R}-f$ ، با فرض ثابت بودن f ، با افزایش سرعت و با کاهش شعاع قوس افقی، مقدار بربلندی (دور) افزایش می‌یابد.

$$\begin{cases}V\uparrow\\R\downarrow\end{cases}\Rightarrow e\uparrow$$

این سؤال مشابه مبحث تعیین شعاع حداقل در قوس‌های افقی صفحهٔ ۴۱ کتاب راهسازی سری عمران بوده است.

۱۲۶-(۲)

در استاندارد آشتو فاصله دید سبقت در مسیر مستقیم به چهار قسمت تقسیم می‌شود:



مراحل سبقت گیری در استاندارد آشتو

با توجه به شکل این چهار قسمت عبارتند از:

$d_۱$: فاصله مانور اولیه (فاصله‌ای که وسیله نارنجی می‌پیماید تا آماده سبقت گرفتن از وسیله آبی رنگ شود) این فاصله برابر است با:

$$d_۱=۰/۲۷۸t\,(V-m+\frac{at}{۲})$$

t: زمان مانور اولیه (s)

a: شتاب متوسط حرکت وسیله نقلیه سبقت گیرنده $(m/s^{۲})$

V: سرعت وسیله نقلیه سبقت گیرنده (km/hr)

m: اختلاف سرعت وسیله نقلیهٔ سبقت گیرنده و سبقت گرفته شده (km/hr)

کمی دقت: رابطه $d_۱$، همان رابطه معروف $d=\frac{۱}{۲}at^{۲}+V_۰t$ در فیزیک می‌باشد که در این رابطه $V_۰$ برحسب m/s در محاسبات وارد می‌شود.

$d_۲$: فاصله‌ای که وسیله نقلیه نارنجی، از لحظهٔ انحراف به چپ و در طول زمان جلو زدن از وسیله آبی می‌پیماید تا دوباره به خط خود بازگردد.

$$d_۲=۰/۲۷۸Vt_۲$$

$t_۲$: زمانی است که وسیله سبقت گیرنده خط سمت چپ را اشغال می‌کند. (s)

V : سرعت متوسط حرکت وسیله سبقت گیرنده (km/hr)

d_3: فاصله ایمنی، فاصله مطمئن بین وسیله نقلیه نارنجی رنگ و سبز رنگ پس از سبقت این فاصله برای سرعت‌های مختلف از ۳۰ تا ۹۰ متر توصیه می‌شود.

d_4: فاصله‌ای که وسیلهٔ نقلیه سبز پس از مشاهده وسیله نقلیه نارنجی می‌پیماید. که برابر است با:

$$d_4 = \frac{2}{3} d_2$$

پس در حالت کلی فاصله دید سبقت (PSD) برابر است با:

$$PSD = d_1 + d_2 + d_3 + d_4$$

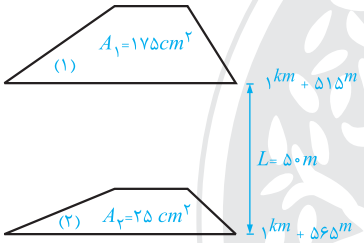
اگر به صورت سوال دقت شود مقادیر d_2 و d_4 مشخص شده‌اند که در این سوال d_4 مجهول است:

$$\begin{cases} d_2 = 0/278Vt = 0/278 \times 90 \times 15 = 375\,m \\ d_4 = \frac{2}{3} d_2 = \frac{2}{3} \times 375 = 250\,m \end{cases}$$

این سؤال مشابه مبحث فاصله دید سبقت صفحهٔ ۱۴۴ کتاب راهسازی سری عمران بوده است.

۱۲۷-(۳)

شکل صورت مساله را به صورت زیر رسم می‌کنیم:



با توجه به اینکه حجم خاکبرداری بین این دو مقطع بر حسب m^3 خواسته شده است، لذا مساحت ها را باید به m^2 تبدیل کنیم:

$$A_1 + A_2 = 25 + 175 = 200\,cm^2$$

به جدول زیر توجه کنید:

مقیاس	متراژ روی زمین واقعی	متراژ روی نقشه
$\frac{1}{100}$	$1\,m^2$	$1\,cm^2$
$\frac{1}{50}$	$1\,m^2$	$4\,cm^2$

حال با توجه به این نوع تناسب در مقیاس $\frac{1}{50}$ داریم:

$$\begin{array}{l} 1\,m^2 \Rightarrow 4\,cm^2 \\ \underbrace{\boxed{x}}_{(A_1+A_2)}\,m^2 \Rightarrow 200\,cm^2 \end{array} \Rightarrow A_1 + A_2 = 60\,m^2$$

مقدار حجم عملیات خاکی از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$V_C = \frac{A_1 + A_2}{2} \times L = \left(\frac{50}{2}\right)^{m^2} \times (50)^m = 1250\,m^3$$

یک اشتباه رایج دانشجویان:

ممکن است به اشتباه برخی از دانشجویان گزینه ۲ را انتخاب کرده باشند، به‌صورت زیر:

$$V_C = \left(\frac{175 + 25}{2}\right)^{cm^2} \times (50)^m = 5000\,m^3$$ (که این دو در هم ضرب نمی‌شوند)

این روش کاملاً اشتباه می‌باشد.

این سؤال مشابه مبحث محاسبهٔ حجم عملیات خاکی بین دو نیم رخ عرضی متوالی صفحهٔ ۱۶۰ کتاب راهسازی سری عمران بوده است.

۱۲۸-(۱)

با توجه به اینکه شیب ۸۰ درصد یک شیب غیرقابل اجرا (و غیرقابل قبول در آیین‌نامه) می‌باشد، به نظر می‌رسد که این شیب ۸ درصد باشد و منظور طراح محترم شیب ۸ درصد، ملاک اصلی سؤال است. به هر حال با توجه به شیب ۸ درصد (حداکثر شیب مجاز طولی) این مسئله را حل می‌کنیم. ابتدا با توجه به مقیاس نشان داده شده شیب موجود را به‌دست می‌آوریم، همانطور که در مقیاس نشان داده شده مشخص است طول بین A و B بیش از ۴۰۰ متر است بنابراین داریم:

$$\text{شیب موجود} = \frac{\text{اختلاف ارتفاع } A \text{ و } B}{\text{طول نقاط } A \text{ و } B} = \frac{۵۸۰-۵۰۰}{\text{عددی بزرگتر از } ۴۰۰} = \frac{۸۰}{\boxed{۴۵۰}} \times ۱۰۰ \simeq ۱۷\%$$

به‌عنوان مثال

حال با توجه به دو طول دیگر، امتحان می‌کنیم:

اگر فاصله A تا B را ۴۰۰ متر در نظر بگیریم داریم:

$$L = \frac{۸۰}{۴۰۰} \times ۱۰۰ = ۲۰\%$$

اگر فاصله A تا B را ۵۰۰ متر در نظر بگیریم داریم:

$$i = \frac{۸۰}{۵۰۰} \times ۱۰۰ = ۱۶\%$$

در هر صورتی مقدار شیب بزرگتر و یا مساوی دو برابر شیب حداکثر مجاز خواهد بود و از آنجایی‌که شیب موجود نمی‌تواند از شیب مجاز بیشتر باشد، لذا گزینه ۱ صحیح است.

این سؤال مشابه مبحث ویژگی‌های منحنی میزان صفحهٔ ۱۴ کتاب راهسازی سری عمران بوده است.